

Khai thác bối cảnh thực trong dạy học Toán ở trường trung học phổ thông

Trần Trung

Học viện Dân tộc
Tây Mỗ, Nam Từ Liêm, Hà Nội, Việt Nam
Email: trungt1978@gmail.com

TÓM TẮT: Trong bối cảnh cuộc Cách mạng công nghiệp 4.0, Toán học thúc đẩy mạnh mẽ các quá trình tự động hóa trong sản xuất, mở rộng nhanh phạm vi ứng dụng và trở thành công cụ thiết yếu của mọi khoa học. Trong bài, khai thác bối cảnh thực của học sinh, khi đó học sinh là chủ thể, được trực tiếp trải nghiệm trong tình huống thực tiễn, là những điều xảy ra trong chính cuộc sống hàng ngày, có tác động trực tiếp đến người học. Từ đó, đề xuất hoạt động sư phạm đối với giáo viên để khai thác bối cảnh thực của học sinh trong dạy học nhằm đổi mới phương pháp dạy học môn Toán theo hướng: Phân tích một số bài tập điển hình có nội dung thực tiễn gắn với sinh hoạt hàng ngày của học sinh giúp các em góp phần hiểu sâu bản chất toán học; Khai thác các sự việc có thực trong cuộc sống của mỗi học sinh để gắn vào toán học, thích hợp phục vụ dạy học toán ở trường trung học phổ thông.

TỪ KHÓA: Bối cảnh thực; tình huống thực tiễn; học sinh; dạy học Toán.

Nhận bài 08/2/2017 → Nhận kết quả phản biện và chỉnh sửa 17/3/2018 → Duyệt đăng 25/3/2018.

1. Đặt vấn đề

Với Toán học, nhu cầu thực tiễn (bao gồm nhu cầu đời sống hàng ngày, nhu cầu của các ngành khoa học khác và nhu cầu của bản thân Toán học) là động lực phát triển của Toán học. Các giai đoạn phát triển của Toán học đều gắn với những mối quan hệ phong phú như: Liên hệ giữa Toán học với nhu cầu thực tiễn của con người, liên hệ giữa Toán học và sự phát triển của các ngành khoa học khác, liên hệ giữa các nội dung Toán học với nhau. Ngược lại, Toán học có ứng dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực khác nhau của khoa học, công nghệ, sản xuất, đời sống xã hội hiện đại. Nó thúc đẩy mạnh mẽ quá trình tự động hóa sản xuất, trở thành công cụ thiết yếu cho mọi ngành khoa học. Như vậy, Toán học có nguồn gốc từ thực tiễn đến lượt nó quay trở lại phục vụ thực tiễn. Bối cảnh thực được hiểu là tình huống, điều kiện, hoàn cảnh thực tế trong cuộc sống, có tác động trực tiếp đến một chủ thể, là một con người hay sự kiện nào đó. Vì vậy, việc gắn liền bối cảnh thực tiễn vào dạy học (DH) toán là cần thiết, vừa giúp giờ học sinh động, tạo hứng thú học tập cho người học, đồng thời giúp học sinh (HS) hiểu được vai trò của Toán học đối với thực tế cuộc sống xung quanh do các vấn đề Toán học hầu hết đều xuất phát từ bối cảnh thực tiễn.

Tuy nhiên, việc khai thác bối cảnh thực của HS trong DH Toán ở trường trung học phổ thông còn có những khó khăn do kiến thức của HS không đồng đều. Khi gặp những bài toán dưới dạng tìm tòi, được diễn tả bằng ngôn ngữ thông thường và nội dung của bài toán đề cập đến vấn đề trong cuộc sống sinh hoạt, HS còn lúng túng trong việc thiết lập mô hình Toán học tương ứng với nội dung thực tiễn của bài toán, chuyển từ ngôn ngữ thông thường sang ngôn ngữ Toán học.

Do đó, giáo viên (GV) cần tiếp tục đưa vào giảng dạy ở mức độ phù hợp những nội dung có nhiều ứng dụng thực

tiễn, cần phải trang bị cho đội ngũ những người lao động trong tương lai một số yếu tố của xác suất, thống kê, phương pháp tính... Trong điều kiện sách giáo khoa hiện hành, có thể bước đầu nên đưa vào bằng các giờ học ngoại khóa, thực hành hoặc bằng các giờ học tự chọn. Khai thác và làm đậm nét hơn nữa các ứng dụng còn ẩn tàng, mờ nhạt của những nội dung truyền thống vốn đã có trong chương trình sách giáo khoa bằng những biện pháp thích hợp, nhằm rèn luyện kỹ năng (KN) tính toán, xây dựng quy trình tính toán, KN xây dựng mô hình Toán học, năng lực (NL) chọn lựa, giải quyết các bài toán từ thực tiễn đời sống.

2. Nội dung nghiên cứu

GV có thể DH các bài toán ở trường trung học phổ thông thông qua khai thác bối cảnh thực tiễn qua các bước như sau:

- Bước 1. Toán học hoá bối cảnh thực: Tìm hiểu nội dung của bối cảnh thực trong đề bài để Toán học hoá bối cảnh thực, chuyển đề bài với những ngôn ngữ, những dữ kiện trong thực tế thành bài toán với ngôn ngữ Toán học, các dữ kiện được biểu thị bằng các ẩn số, các con số,... Các ràng buộc từ bối cảnh thực tế thành những biểu thức, những phương trình, bất phương trình, hệ phương trình,...

- Bước 2. Tìm cách giải cho bài toán đã thiết lập: Từ những suy nghĩ có tính chất tìm đoán, biến đổi hay phải chứng minh cái phải tìm, liên hệ cái đã biết với cái phải tìm bằng tri thức đã biết, liên hệ bài toán cần giải với những bài toán tương tự, trường hợp đặc biệt hay bài toán tổng quát,... sau đó kiểm tra lại lời giải.

- Bước 3. Trình bày lời giải: Từ cách giải đã phát hiện, sắp xếp các việc làm thành một chương trình gồm các bước thực hiện theo trình tự thích hợp và thực hiện các bước đó. Đưa ra kết luận cuối cùng cho lời giải, đồng thời phải nghiên cứu sâu

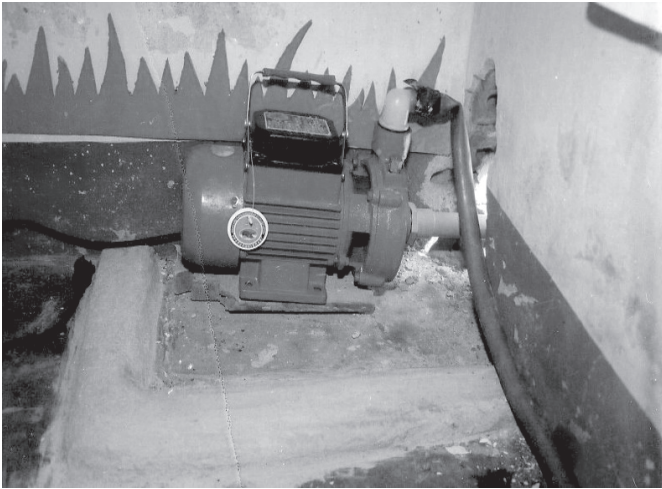
lời giải, nghiên cứu khả năng ứng dụng của kết quả lời giải.

Chẳng hạn, khi học phần hàm số bậc nhất, HS thấy được vai trò phương trình có ứng dụng trong thực tiễn được thể hiện rất phong phú, đa dạng giúp con người giải quyết các bài toán kinh tế, kĩ thuật,...

Ví dụ: Gia đình em có ý định mua một cái máy bơm để phục vụ cho việc tưới tiêu vào mùa hạ. Khi em và bố đến cửa hàng thì được ông chủ giới thiệu về hai loại máy bơm có lưu lượng nước trong một giờ và chất lượng máy là như nhau (xem Hình 1).

Máy thứ nhất giá 1.500.000đ và trong một giờ tiêu thụ hết 1,2kW.

Máy thứ hai giá 2.000.000đ và trong một giờ tiêu thụ hết 1kW.

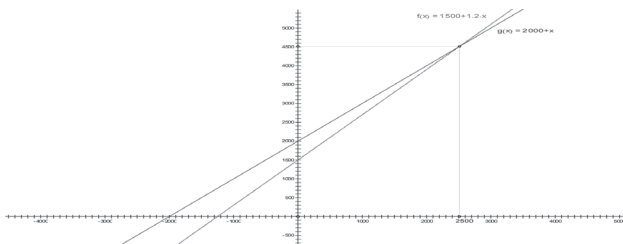


Hình 1: Máy bơm nước

Theo em, nên chọn mua loại máy nào để đạt hiệu quả kinh tế cao?

Vấn đề đặt ra: Chọn máy bơm trong hai loại để mua sao cho hiệu quả kinh tế là cao nhất. Như vậy, ngoài giá cả, ta phải quan tâm đến hao phí khi sử dụng máy nghĩa là chi phí cần chi trả khi sử dụng máy trong một khoảng thời gian nào đó.

Có thể hướng dẫn HS giải như sau:



Hình 2: Đồ thị của hai hàm $f(x)$ và $g(x)$

Ta biết rằng giá tiền điện hiện nay là: 1000đ/1KW.

Vậy trong x giờ số tiền phải trả khi sử dụng máy thứ nhất là:

$$f(x) = 1500 + 1,2x \text{ (nghìn đồng)}$$

Số tiền phải chi trả cho máy thứ 2 trong x giờ là:

$$g(x) = 2000 + x \text{ (nghìn đồng)}$$

Ta thấy rằng chi phí trả cho hai máy sử dụng là như nhau sau khoảng thời gian x_0 là nghiệm phương trình

$$f(x) = g(x)$$

$$\Leftrightarrow 1500 + 1,2x = 2000 + x$$

$$\Leftrightarrow 0,2x = 500$$

$$\Leftrightarrow x = 2500 \text{ (giờ)}$$

Ta có đồ thị của hai hàm $f(x)$ và $g(x)$ như sau (xem Hình 2):

Quan sát đồ thị HS thấy rằng: Ngay sau khi sử dụng 2500 giờ tức là nếu mỗi ngày dùng 4 tiếng tức là không quá 2 năm thì máy thứ 2 chi phí sẽ thấp hơn rất nhiều nên chọn mua máy thứ hai thì hiệu quả kinh tế sẽ cao hơn.

Trường hợp 1: Nếu thời gian sử dụng máy ít hơn 2 năm thì mua máy thứ nhất sẽ tiết kiệm hơn.

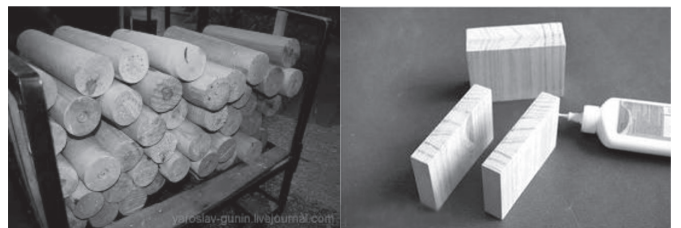
Trường hợp 2: Nếu thời gian sử dụng nhiều hơn hoặc bằng hai năm thì nên mua máy thứ 2.

Nhưng trong thực tế, một máy bơm có thể sử dụng được thời gian khá dài. Do vậy, trong trường hợp này, gia đình em nên mua máy thứ hai.

Để khai thác hiệu quả bối cảnh thực của HS trong DH Toán, GV phải hình thành ở người học khả năng đặt ra được bài toán cho chính mình, khi đối mặt với các tình huống trong cuộc sống. Bài toán xuất hiện khi chủ thể có nhu cầu. Do đó, điều đầu tiên là làm cho HS có những nhu cầu tìm hiểu khi đối mặt với tình huống. Nhu cầu của chủ thể nảy sinh khi được đặt vào trong một tình huống có vấn đề. HS có nhu cầu hay không, tùy thuộc vào nghệ thuật sư phạm của GV khi họ ủy thác tình huống đã sàng lọc cho người học. Nếu GV biết dẫn dắt HS vào một bối cảnh thực mà HS là chủ thể được trải nghiệm thì cơ hội thành công sẽ rất lớn.

Sau đây là 3 ví dụ về áp dụng bất đẳng thức Côsi để giải quyết các bối cảnh thực trong cuộc sống mà HS được trải nghiệm khi DH Toán ở trường trung học phổ thông:

Ví dụ 1: Em có 1 mẫu gỗ hình trụ và em muốn đẽo thành 1 cái chặn giấy hình hộp chữ nhật cho mình. Em đang băn khoăn là đẽo như thế nào để tiết kiệm gỗ nhất. Nhân tiện giờ ra chơi, em đem việc đó ra thảo luận với các bạn để cùng tìm ra cách làm phù hợp.



Tình huống này, GV có thể ủy thác cho HS sau khi nghiên cứu các bất đẳng thức là hoàn toàn hợp lí. Đây là một tình huống có thực trong cuộc sống. HS hiểu được bằng vốn kiến thức của họ. Tính có vấn đề trong tình huống là vấn đề tối ưu hóa, kêu gọi tính tò mò, ham hiểu biết của bất kì bộ óc nào. Sau khi ủy thác cho người học, GV có thể đưa ra một vài tác động:

- Cụm từ "tiết kiệm gỗ nhất" trong tình huống này HS có thể hoàn toàn hiểu được.

- Hãy chú ý đến hình hộp chữ nhật (mô tả hình dáng mẫu gỗ sau khi đẽo), có điểm gì đặc biệt?

- Quy tụ lại, điều gì cần phải giải quyết trong mô hình Toán học này? Hãy phát biểu điều đó thành bài toán?

Đối với câu hỏi 2, mong muốn của GV là HS nhận ra hình hộp chữ nhật mô tả mẫu gỗ sau khi đẽo, có một kích thước không đổi, thiết diện của nó là hình chữ nhật, nội tiếp trong một đường tròn hoàn toàn xác định. Những suy nghĩ của HS phải trải qua quá trình lí tưởng hóa, giả định và các suy luận Toán học. Nếu như thực hiện được điều vừa đề cập đến thì việc trả lời câu 3 là không có khó khăn gì. Đây cũng chính là nội dung bài toán 1, GV mong đợi người học phát biểu:

Bài toán 1: Trong các hình chữ nhật nội tiếp một đường tròn cho trước, tìm hình có diện tích lớn nhất?

Giải: Gọi x_1, x_2 là các kích thước của hình chữ nhật ($x_1 > 0, x_2 > 0$)

Áp dụng Bất đẳng thức Cô si cho 2 số thực dương x_1, x_2 ta có:

$$x_1 + x_2 \geq 2\sqrt{x_1 x_2} \quad \text{hay}$$

$$x_1 x_2 \leq \left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)^2$$

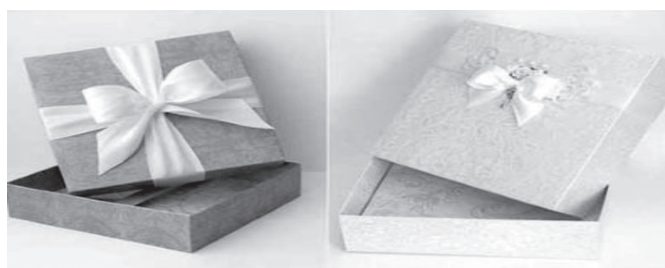
$$\Leftrightarrow x_1 x_2 \leq \frac{x_1^2 + x_2^2}{2} = \frac{d^2}{2} x_1 x_2 \leq \frac{x_1^2 + x_2^2}{2} = \frac{d^2}{2}$$

Trong đó, d là đường chéo hình chữ nhật.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x_1 = x_2$.

Vậy hình chữ nhật nội tiếp đường tròn có diện tích lớn nhất là một hình vuông.

Ví dụ 2: Gia đình em có kinh doanh một cửa tiệm, em dự định sẽ đóng góp ý kiến với bố mẹ mình là dùng bìa cac-ton đóng thành các hình hộp chữ nhật để đựng quà (đựng cùng 1 loại quà) cho khách đi xa. Vì hàng bán ra rất chạy nên số lượng hộp không nhỏ. Điều đó làm cho em phải suy nghĩ đến vấn đề đóng như thế nào để đỡ tốn bìa nhất. Em sẽ làm thế nào để giải quyết vấn đề này?



Với tình huống này, HS phải có nhu cầu thiết kế các hộp quà, sao cho ít tốn bìa cac-ton nhất. Người học phải nghiên cứu kĩ tình huống để đưa ra phương án giải quyết tình hình trên. GV có thể thực hiện một tác động sư phạm vào thời điểm này: Hãy chú ý đến lượng hàng trong mỗi gói quà?

Lượng hàng đã ấn định từ trước, có nghĩa thể tích của các hộp là một đại lượng không đổi. Điều này không được phát biểu tường minh trong tình huống, người học dùng suy luận đưa ra giả định, nhằm đặt ra giả thiết cho bài toán. Suy luận vừa được đề cập đến của người học là suy luận có lí, xuất phát từ trải nghiệm trong cuộc sống. Từ đó, để đáp ứng nhu cầu của mình, HS đặt ra bài toán sau:

Bài toán 2: Trong các hình hộp chữ nhật có thể tích cho trước, tìm hình có diện tích toàn phần bé nhất.

Giải: Gọi x_1, x_2, x_3 là các kích thước của hình hộp chữ nhật. Khi đó, diện tích toàn phần của nó là $S = 2(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3)$. Theo Bất đẳng thức Côsi:

$$\frac{x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3}{3} \geq \sqrt[3]{x_1^2 x_2^2 x_3^2} \geq \sqrt[3]{x_1^2 x_2^2 x_3^2} \quad (2)$$

Hay: $V^2 \geq \frac{S^3}{36}$

$$(x_1 x_2 x_3)^2 \leq \left(\frac{x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3}{3}\right)^3 = \left(\frac{S}{6}\right)^3 \Rightarrow S \geq 6\sqrt[3]{V^2}$$

Trong đó, V là thể tích của hình hộp chữ nhật. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $x_1 = x_2 = x_3$ hay $x_1 = x_2 = x_3$.

Vậy, trong các hình hộp chữ nhật có cùng thể tích, hình lập phương có diện tích toàn phần bé nhất.

Ví dụ 3: Trong buổi pic nic tại công viên, em quan sát thấy công viên có hình dạng là một parabol, nảy ra một thắc mắc: "Liệu rằng, có thể tính được chiều cao của công viên mà không cần phải leo lên trên công để đo đạc trực tiếp?" (việc đo đạc chỉ tiến hành dưới mặt đất).

Ở tình huống này, vấn đề HS gặp phải là biết được chiều cao của công trong trường hợp không đo trực tiếp.

GV có thể đưa ra một vài tác động sau để dẫn dắt HS:

- Chiều cao của công được tính bằng khoảng cách từ điểm cao nhất với mặt đất. Công có dạng parabol, vậy điểm cao nhất của công ứng với điểm nào của parabol?

Từ đó, HS trả lời được rằng đó chính là đỉnh của parabol, dẫn đến suy nghĩ nếu coi mặt đất là trục Ox, xác định được tọa độ đỉnh sẽ biết được chiều cao của công.

Để khai thác được bối cảnh thực trong DH Toán cho HS trung học phổ thông là một vấn đề đòi hỏi GV phải đầu tư công sức, tìm hiểu đời sống và văn hóa của HS mà mình đang giảng dạy. Vì vậy, GV cần phải khai thác bối cảnh thực đưa vào cho HS hoạt động giải toán là tình huống có thực trong cuộc sống của HS; Nội dung Toán học ẩn tàng bên trong bối cảnh thực phải phù hợp với nội dung bài học đang dạy trên lớp, phối hợp một cách nhuần nhuyễn dụng ý của biện pháp với việc truyền thụ tri thức, rèn luyện KN Toán học và hoàn thành các nhiệm vụ học tập khác của HS; Bối cảnh thực trong bài toán phải gợi động cơ ngay từ đầu đối với HS vì tính hữu ích của nó và sau khi đã Toán học hóa, nó trở thành một tình huống có vấn đề trong nội tại bản thân Toán

học. Là cơ sở cho việc gọi nhu cầu để chủ thể (HS) tự đặt ra các bài toán. GV ủy thác dần từng hoạt động trong bối cảnh thực cho HS nghiên cứu khai thác (thứ tự các hoạt động đưa ra cũng đã có dự tính từ trước).

3. Kết luận

Với mỗi HS ở trường trung học phổ thông, việc có tư duy Toán học tốt có liên quan mật thiết đến NL phân tích, giải quyết vấn đề, diễn đạt ý tưởng một cách hiệu quả trong những tình huống thực tế mà thường là vượt ra ngoài vấn đề thường gặp trong nhà trường. Cụ thể là ngày nay con người phải đối mặt ngày càng nhiều với vô số các vấn đề liên quan

đến Toán học như kiến thức về số lượng, định lượng, hình không gian, xác suất thống kê, biểu đồ,... Ví dụ như khi đi du lịch thì cần đến KN đọc bản đồ, phân tích lịch trình, khi mua hàng, gửi tiền tiết kiệm, đầu tư vào lĩnh vực kinh tế,... để tính toán sao cho có lợi nhất. Như vậy, NL Toán học là NL cần thiết đối với mỗi cá nhân, là KN quan trọng cho sự sống trong cuộc Cách mạng công nghiệp 4.0, đồng thời KN tự đặt ra các bài toán cho bản thân mình là một KN rất cần thiết cho người lao động trong xã hội hiện đại, để có thể đưa Toán học vào thực tiễn đời sống. Bởi vậy, phải khai thác có hiệu quả bối cảnh thực mà HS được trải nghiệm trong DH Toán để rèn luyện KN này cho HS.

Tài liệu tham khảo

- [1] Trần Kiều, (2011), *Một số vấn đề giáo dục Toán học phổ thông Việt Nam*, Kì yếu hội thảo quốc gia về Giáo dục Toán học ở trường phổ thông, NXB Giáo dục, tr.9 - 18.
- [2] Nguyễn Bá Kim, (2008), *Phương pháp dạy học môn Toán*, NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.
- [3] I.A.I.PERELMAN, (2001), *Toán học vui*, NXB Văn hóa Thông tin, Hà Nội.
- [4] Phạm Phú, (1997), *Ứng dụng Toán học sơ cấp giải các bài toán thực tế*, NXB Giáo dục.
- [5] Nguyễn Cảnh Toàn, (1997), *Phương pháp luận duy vật biện chứng với việc học, dạy, nghiên cứu Toán học*, tập 2, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.
- [6] Herbert Fremont, (1979), *Teaching secondary Mathematics crossing the river with dogs*, Key curriculum press.
- [7] OECD, *Pisa Released Items - Mathematic*.
- [8] Roodhardt Wijers - Bakker Cole Burrill, (2006), *Data analysis and probadbility - Great predictions*, Holt, Rinehart and Wiston.

EXPLOITING STUDENTS' REAL CONTEXTS IN MATHS TEACHING AT HIGH SCHOOLS

Tran Trung

Vietnam Academy for Ethnic Minorities
Tay Mo, Nam Tu Liem, Hanoi, Vietnam
Email: trung1978@gmail.com

ABSTRACT: *In the context of the fourth Industrial Revolution, Maths subject contributes to quickly increase the automation of production process, rapidly expand application scope, and become an essential tool of all sciences. In this article, we focus on students' real context, students are subject, directly experienced through the practical situations that happen in daily life with direct impact on learners. Then, teachers' pedagogical activities will be suggested to exploit students' real contexts in teaching so as to innovate Maths teaching method towards: Analyzing Maths typical exercises with practical contents and associated with the students' daily activities so as to help them deeply understand its nature; Exploiting facts in student's daily life to attach to Maths, be suitable for teaching Maths at high schools.*

KEYWORDS: Real context; practical situations; students; Maths teaching.