

SAI LẦM TRONG TOÁN HỌC HÓA CỦA SINH VIÊN CAO ĐẲNG NGÀNH KINH TẾ KHI GIẢI QUYẾT MỘT SỐ BÀI TOÁN TÀI CHÍNH CƠ BẢN

NGUYỄN THỊ MAI THỦY*

Ngày nhận bài: 10/08/2016; ngày sửa chữa: 16/08/2016; ngày duyệt đăng: 23/08/2016.

Abstract: This article points out mathematisation errors of Economics students at colleges when solving some basic financial problems collected from questionnaires and interviews. The article also analyses highlighted errors through five common mathematics problems. The research results will help students recognize their errors, learn from mistakes and misconceptions, then train mathematisation ability, practice skills and apply math into reality.

Keywords: Mathematisation, basic financial mathematics problem, errors.

1. Qua quá trình dạy học học phần *Toán cao cấp*, chúng tôi nhận thấy rằng sinh viên (SV) cao đẳng ngành Kinh tế có những kiến thức và kĩ năng toán học để giải quyết các bài tập trong giáo trình, nhưng để vận dụng các kiến thức toán cơ bản vào các bài toán được đặt trong bối cảnh tài chính thì các em thường rất lúng túng. Trong cuộc sống hàng ngày, mỗi chúng ta đều cần sử dụng các công cụ toán tài chính ở các mức độ khác nhau nhằm làm cơ sở cho các quyết định tài chính cá nhân như lựa chọn phương thức gửi tiền tiết kiệm, tính lãi đối với các khoản nợ vay ngân hàng hay các công ti tài chính, mua điện thoại, laptop, xe máy trả góp... Vì lí do đó nên các bài toán tài chính cơ bản bao gồm các kiến thức như: lãi đơn, lãi kép (LK), LK liên tục, giá trị tương lai (GTTL), giá trị hiện tại của một khoản tiền hay một chuỗi tiền (CT),... đã được các nước có nền giáo dục tiên tiến đưa vào từ bậc phổ thông và xem như là kiến thức toán phục vụ đời sống hiện đại. Rõ ràng đứng trước nhiều vấn đề thực tế trong đời sống, chẳng hạn vấn đề tài chính, chúng ta không thể vận dụng các kiến thức toán học một cách trực tiếp để giải quyết chúng, mà phải thông qua một bước trung gian quan trọng, đó là toán học hóa (THH).

Bell và cộng sự (1993) cho rằng học sinh thường nhìn vào điểm số mà không nhìn vào các sai lầm (SL) mắc phải, bởi vì các em muốn biết câu trả lời của mình là đúng hay số điểm đạt được trong bài kiểm tra là gì mà không muốn đi xa hơn điểm số để nhìn lại tại sao và làm thế nào mà mình lại nhận số điểm như vậy. Nhưng nghịch lí là chính điều đó là cách duy nhất để cải thiện điểm số và tiếp thu kiến thức mới. Hơn nữa, việc nghiên cứu các SL mà người học mắc phải sẽ là nguồn để giáo viên có thể thiết kế các chiến lược dạy học hiệu quả nhằm hạn chế và dẫn loại bỏ các SL đó.

Nghiên cứu của chúng tôi nhằm trả lời 2 câu hỏi sau đây: 1) Các SL mà SV cao đẳng ngành Kinh tế mắc phải khi giải quyết một số bài toán tài chính cơ bản được thể hiện qua bài làm như thế nào?; 2) Những SL của SV cao đẳng ngành Kinh tế khi sử dụng THH để giải quyết một số bài toán tài chính cơ bản được thể hiện qua bài làm và các câu trả lời như thế nào?

2. Các kết quả nghiên cứu liên quan

2.1. Toán học hóa. Freudenthal (1973) cho rằng toán học không như là một sản phẩm có sẵn mà như là một hoạt động của con người. Ông cho rằng, không có toán học mà không có THH, đặc biệt, không có tiên đề mà không tiên đề hóa, không có hình thức mà không hình thức hóa. Chương trình đánh giá học sinh quốc tế PISA/OECD (2009) đã xây dựng quá trình THH gồm 5 bước, bắt đầu từ một tình huống thực tế. THH là quá trình chuyển đổi một vấn đề thực tế sang toán học bằng cách thiết lập và giải quyết các mô hình toán học, giải toán và đánh giá các kết quả toán trong tình huống thực tế ban đầu, cải tiến mô hình nếu cách giải quyết không thể chấp nhận. Quá trình THH của PISA thực chất là toàn bộ quá trình mô hình hóa toán học. Và để có thể sử dụng phù hợp với chương trình toán phổ thông ở Việt Nam, Nguyễn Thị Tân An (2014) đã mô phỏng quá trình THH của PISA, quá trình THH bắt đầu với một tình huống THH, gồm 4 bước như sau:

Bước 1. Chuyển đổi từ tình huống THH sang mô hình toán: Nhận ra các yếu tố toán học và các biến quan trọng của tình huống; Nhận ra các cấu trúc toán trong tình huống như các quy tắc, các mối quan hệ toán học; Phân biệt giữa các thông tin liên quan và không liên quan đến yêu cầu của tình huống; Sử dụng

* Trường Cao đẳng Kinh tế - Kế hoạch Đà Nẵng

các biến, kí hiệu, sơ đồ, đồ thị, hình vẽ phù hợp để biểu diễn tình huống một cách toán học; Chuyển các đối tượng, dữ liệu, mối quan hệ, điều kiện, giả thiết, yêu cầu của tình huống sang ngôn ngữ toán; Thiết lập mô hình toán từ tình huống.

Bước 2. Giải toán: Lựa chọn và thực hiện một phương án giải; Sử dụng các công cụ toán học như khái niệm (KN), quy tắc, công thức, thuật toán để tìm ra kết quả; Thực hiện các quá trình toán học như: các phép toán số học, giải phương trình, suy luận logic từ các giả thiết toán học, lấy thông tin từ bảng và đồ thị, phân tích dữ liệu; Sử dụng và chuyển đổi giữa các biểu diễn khác nhau trong quá trình tìm lời giải; Thiết lập các quy tắc, nhận ra các kết nối giữa các đối tượng toán học, tạo ra các lập luận toán học.

Bước 3. Chuyển đổi từ kết quả toán sang kết quả thực tế: Nhận ra các yếu tố thực tế tương ứng với kết quả toán có được; Hiểu được kết quả toán cho biết điều gì về tình huống ban đầu; Cố gắng giải thích kết quả toán theo ngôn ngữ thực tế thông thường; Đôi khi, một câu trả lời đầy đủ đòi hỏi sử dụng những lập luận để có được kết quả thực tế phù hợp.

Bước 4. Phản ánh: Kiểm tra tính hợp lí, thỏa đáng của kết quả với thông tin được cho ban đầu; Xem xét ảnh hưởng của các yếu tố thực tế lên kết quả và các tính toán của mô hình để điều chỉnh hay chấp nhận kết quả; Hiểu phạm vi và hạn chế của mô hình toán, phương pháp giải cũng như công cụ toán học được sử dụng trong quá trình giải quyết tình huống; Giải thích tại sao kết quả không phù hợp với tình huống được cho, xem lại một số bước hoặc thực hiện lại quá trình THH nếu kết quả không phù hợp; Tìm kiếm các khả năng khác của tình huống (nếu có).

Việc xác định rõ các nhiệm vụ, các hoạt động cần làm trong quá trình THH sẽ giúp SV có thói quen thực hiện đầy đủ các bước trong quá trình THH khi đứng trước một vấn đề thực tế.

2.2. Phân loại các SL. Newman (1977) đã thiết kế một công cụ chẩn đoán các SL đối với các bài toán bằng lời theo cách phỏng vấn gồm 5 bước và đồng thời phân loại các SL thành 5 loại lỗi chính (xem *bảng 1*).

Ellerton & Clements (1997) đã sử dụng một điều chỉnh của phương pháp phỏng vấn của Newman để phân tích các câu trả lời của học sinh. Một câu trả lời chính xác mà sau khi phân tích, không được coi là có liên quan với một sự hiểu biết đầy đủ về các KN chính, hoặc các kĩ năng hoặc các mối quan hệ được thử nghiệm bởi một câu hỏi, sẽ được liên kết với một loại lỗi Newman, mặc dù câu trả lời là đúng. Sau những câu

Bảng 1. Các loại lỗi của bài toán bằng lời được đề xuất bởi Newman (1977)

Các loại lỗi	Các câu hỏi/yêu cầu
Đọc	Bạn hãy đọc câu hỏi. Nếu bạn không biết từ nào thì hãy để nó ra.
Hiểu	Hãy cho tôi biết câu hỏi đó yêu cầu bạn phải làm gì. Từ hay kí hiệu này nghĩa là gì (chỉ vào từ hay kí hiệu)?
Chuyển đổi	Hãy cho tôi biết bằng cách nào bạn sẽ tìm ra câu trả lời cho bài toán.
Kĩ năng tiến hành	Hãy chỉ cho tôi biết những gì bạn phải làm để đi đến câu trả lời đó. Hãy nói lớn lên như bạn đang làm, để tôi có thể hiểu bạn đang suy nghĩ như thế nào.
Mã hóa	Hãy viết ra câu trả lời của bạn ở đây.

hỏi tiêu chuẩn Newman (*bảng 1*) đã được hỏi, người phỏng vấn sau đó tiến hành thăm dò sâu vào các vấn đề phát sinh từ các câu trả lời trong bài kiểm tra và từ các câu trả lời được đưa ra trong cuộc phỏng vấn.

Hodes & Nolting (1998) đã đề xuất 4 kiểu SL và giải thích như sau: - Lỗi bất cẩn: các lỗi có thể được bắt gặp một cách tự động sau khi xem xét lại bài làm của mình; - Lỗi khái niệm: các lỗi được tạo ra khi người học không hiểu các tính chất hay các quy tắc được đề cập trong sách giáo khoa và bài giảng; - Lỗi áp dụng: các lỗi mà người học tạo ra khi họ biết các khái niệm đó nhưng không thể áp dụng được nó vào tình huống hay câu hỏi cụ thể; - Lỗi quy trình: các lỗi này xuất hiện khi người học bỏ qua hoặc hiểu sai các hướng dẫn (bước) nhưng vẫn trả lời cho câu hỏi hay bài toán đó.

Nghiên cứu của chúng tôi dựa trên phân tích SL của Ellerton & Clements (1997) và phân loại các SL mà SV mắc phải theo phân loại của Newman (1977) và của Hodes & Nolting (1998).

3. Phương pháp và công cụ nghiên cứu

3.1. Phương pháp nghiên cứu. Khảo sát thực nghiệm bằng phiếu kiểm tra (N = 68). Qua quan sát SV trong 90 phút làm bài, chọn ra 30 em thể hiện khá tốt bài làm để các em trả lời phiếu hỏi sau khi kết thúc bài kiểm tra. Tiến hành phân tích các kết quả thu được; sau đó chọn ra 7 SV để phỏng vấn - những em mắc phải những SL đặc trưng thể hiện trong phiếu kiểm tra và kể cả những em có câu trả lời đúng cho bài toán - nhằm thăm dò sâu những suy nghĩ của các em để đưa đến kết quả như vậy trong phiếu kiểm tra.

3.2. Đối tượng tham gia nghiên cứu. 68 SV cao đẳng ngành Kinh tế, trong đó có 39 SV Trường Cao đẳng Kinh tế - Kế hoạch Đà Nẵng, 19 SV Trường Cao đẳng Thương mại Đà Nẵng và 10 SV thuộc Trường Đại học Đông Á. Các em đã học xong học phần *Toán cao cấp* và một số khái niệm cơ bản về toán tài chính như lãi đơn, LK, LK liên tục, GTTL, giá

trị hiện tại của một khoản tiền hay một CT và các phương thức trả nợ vay.

3.3. Công cụ nghiên cứu

3.3.1. Phiếu kiểm tra gồm 5 bài toán. Trong bài viết này, chúng tôi trình bày 3 bài toán đầu tiên với nội dung sau đây:

Bài toán 1: Bạn có một số tiền nhàn rỗi là 10.000.000 đồng (đ) nên quyết định gửi tiết kiệm ở ngân hàng với kì hạn 1 năm. Giả sử bạn không rút tiền ra cho dù đến hạn và lãi suất (LS) ngân hàng không đổi 6%/năm. Vậy để đạt được số tiền 15.000.000đ thì bạn phải chờ bao lâu nữa?

Tình huống sự phạm dự kiến đối với bài toán 1: SV cần phải xác định gửi với kì hạn 1 năm và đây là số tiền nhàn rỗi nên sẽ tái gửi cả gốc lẫn lãi cho kì hạn tiếp theo, có nghĩa là việc ghép lãi được thực hiện theo năm. Kiểm tra SV có vận dụng được kiến thức về hàm ngược của hàm mũ để xác định thời gian phải chờ không.

Bài toán 2: Nam đang dự định mua 1 chiếc điện thoại iPhone 6 plus 64GB bằng hình thức trả góp. Anh ta đi khảo sát ở 2 cửa hàng. Ở cửa hàng FPT, giá bán là 22.199.000đ và được công ti ACS cung cấp gói trả góp với LS khuyến mãi là 1,69%/tháng đối với thời hạn vay 12 tháng và trả trước 11.000.000đ. Còn ở cửa hàng Viettel, giá khuyến mãi chỉ còn 20.999.000đ và được công ti Home Credit cung cấp gói trả góp với LS 2,93%/tháng đối với thời hạn vay 12 tháng và trả trước 11.000.000đ. Hỏi Nam nên chọn mua ở cửa hàng nào, biết rằng hai công ti tài chính này đều áp dụng trả nợ theo phương thức vốn và lãi chia đều.

Tình huống sự phạm dự kiến đối với bài toán 2: SV cần phải xác định trả nợ theo phương thức vốn và lãi chia đều chính là vốn và lãi được chia đều để trả trong suốt thời gian trả nợ. Như vậy thực chất phương thức này sử dụng phương pháp lãi đơn và tính lãi trên số tiền vay ban đầu trong suốt thời gian trả nợ, chứ không tính lãi trên dư nợ giảm dần. Từ đó, SV đưa ra tiêu chí để lựa chọn cửa hàng, đó chính là so sánh số tiền Nam phải trả góp hàng tháng khi mua điện thoại ở cửa hàng FPT và cửa hàng Viettel hay so sánh tổng số tiền Nam phải trả nợ trong 12 tháng khi mua điện thoại ở các cửa hàng đó.

Bài toán 3: Bạn dự định cuối mỗi tháng gửi vào ngân hàng số tiền như sau:

Tháng thứ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số tiền (ngàn đồng)	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096

LS ngân hàng là 6%/năm. Hỏi sau 12 tháng gửi, bạn có được tổng số tiền tại ngân hàng là bao nhiêu?

Tình huống sự phạm dự kiến đối với bài toán 3: Kiểm tra xem SV có đọc được thông tin từ bảng số liệu và tìm ra quy luật của số liệu hay không. Ở đây các khoản tiền phát sinh cuối kì và vào những khoảng cách thời gian bằng nhau, hơn nữa các khoản tiền tạo thành một cấp số nhân với số hạng đầu $a_1 = 2.000$ đồng và công bội $q = 2$, tức là có một CT cuối kì biến đổi theo cấp số nhân. SV phải hiểu được tổng số tiền bạn có được tại ngân hàng sau 12 tháng chính là GTTL của một CT.

3.3.2. Phiếu hỏi gồm 5 câu với nội dung như sau nhằm làm kiểm tra SV có nắm đặc trưng cơ bản của phương pháp LK và có thói quen thực hiện bước 4 của THH không:

Câu 1: Ở bài toán 1, nếu thay đổi kì hạn gửi là 3 tháng và LS là 4,5%/năm thì việc ghép lãi được thực hiện bao nhiêu tháng một lần và giá trị của r trong công thức tính LK là bao nhiêu? (A. 1 và $r = 0,375\%$; B. 3 và $r = 1,125\%$; C. 3 và $r = 4,5\%$).

Câu 2: Ở bài toán 1, kết quả tìm được có hợp lí không? Vì sao? Nếu bạn rút tiền lãi mỗi khi đến hạn chỉ để lại phần vốn gốc ban đầu thì kết quả có thay đổi không? Vì sao?

Câu 3: Ở bài toán 2, hãy cho biết LS thực sự mà Nam phải chịu khi mua điện thoại trả góp lần lượt ở các cửa hàng FPT và Viettel là bao nhiêu? (A. 2,93%/tháng và 1,69%/tháng; B. 1,69%/tháng và 2,93%/tháng; C. Các số khác).

Câu 4: Với bài toán 3, có bao nhiêu cách giải? Nếu nhiều hơn 1 cách thì các em hãy trình bày các cách giải khác đó (A. 1; B. 2; C. Lớn hơn 2).

Câu 5: Mức độ thường xuyên của các em trong việc đặt những câu hỏi tương tự như trên khi làm bài (A. Thường xuyên; B. Thỉnh thoảng; C. Không bao giờ).

3.3.3. Bảng hỏi đối với mỗi SV được phỏng vấn dựa trên phân tích SL của Ellerton & Clements (1997) nhưng linh động tùy theo kết quả bài làm và câu trả lời của SV đó trong quá trình phỏng vấn.

3.4. Cách phân tích dữ liệu: - Thống kê các SL mà SV thể hiện qua phiếu kiểm tra và phân tích chi tiết các SL đặc trưng kết hợp với phân loại các SL dựa trên kết quả bài làm và kết quả phỏng vấn; - Thống kê kết quả trả lời phiếu hỏi.

4. Kết quả nghiên cứu và thảo luận

4.1. Kết quả thực nghiệm (xem bảng 2)

4.2. Phân tích các SL đặc trưng:

- Bài toán 1. Theo **bảng 2**, có 22% SV hoàn thành tốt bài làm, 12% SV không nắm được KN cũng như

Bảng 2. Thống kê kết quả phiếu kiểm tra

Bài toán	Đúng (%)	Không làm (%)	Có làm bài nhưng không hoàn thành tốt bài làm (%)	Các SL mắc phải	Tỉ lệ % (*)
1	22	12	66	Sử dụng nhầm công thức tính lãi đơn thay vì công thức tính LK	42
				Không biết sử dụng hàm logarit để giải phương trình hàm mũ	22
				Áp dụng sai tính chất của lũy thừa và logarit	12
				Thiếu đơn vị	40 (**)
2	45	15	40	Hiểu nhầm số tiền phải trả góp hàng tháng hay tổng số tiền phải trả góp sau 12 tháng	43
				Sử dụng công thức tính LK thay vì công thức tính lãi đơn	9
				Hiểu nhầm $F_n = P(1+nr)$ là tiền lãi	17
				Thiếu đơn vị	41
3	22	13	65	Xác định nhầm tổng số tiền bạn có sau 12 tháng là giá trị hiện tại	25
				Không xác định được quy luật của các số liệu đã cho trong bảng	39
				Viết sai công thức tính GTTL của CT cuối kì tổng quát	5
				Xác định sai LS r	42
				Xác định sai số kì n	7
				Thiếu đơn vị	42

(*): Tỉ lệ phần trăm trên tổng số SV có làm bài toán; (**): Tỉ lệ phần trăm trên tổng số SV tìm được kết quả cho bài toán.

bài toán và 66% SV có làm bài nhưng không hoàn thành tốt bài làm của mình. Trong số 88% SV có làm bài, có tới 42% SV mắc phải SL trong việc sử dụng công thức tính lãi. SL này theo Hodes & Nolting (1998) là lỗi KN. Qua phỏng vấn điều tra cho thấy, SV không hiểu việc gửi với kì hạn 1 năm và bạn không rút tiền ra cho dù đến hạn có nghĩa là sẽ tái gửi cả gốc lẫn lãi cho kì hạn tiếp theo, tức là việc ghép lãi được thực hiện theo năm và do đó phải sử dụng công thức tính LK. Điều này cho thấy khả năng liên kết các yếu tố, thông tin khác nhau; liên tưởng đến các KN đã học còn khá hạn chế. Sở dĩ như vậy là do SV vẫn không nắm chắc

$$F_n = P(1+r)^n$$

$$\Rightarrow 15.000.000 = 10.000.000(1+6\%)^n$$

$$\Rightarrow 15.000.000 = (10.000.000 + 600.000)^n$$

$$\Rightarrow n = \log_{1,06} \frac{15.000.000}{10.000.000}$$

$$\underline{n \approx 2,27 \text{ năm}}$$

Hình 1. Bài làm của SV 1

Ở cửa hàng FPT:

$$F_n = P(1+nr) = 11.000.000$$

$$= 22.199.000(1+12 \cdot 1,69\%) - 11.000.000$$

$$= 15.700.957,2$$
 Ở cửa hàng Viettel:

$$F_n = 20.999.000(1+12 \cdot 2,93\%) - 11.000.000$$

$$= 17.382.248,4$$
 Vậy Nam nên chọn mua ở cửa hàng Viettel.

Hình 2. Bài làm của SV 2

$$11.199.000 = P(1+1,69\% \cdot 12)$$

$$\Rightarrow P = 9.318.08 \text{ đồng} \approx 9.310.774,86 \text{ đồng}$$
 Nếu gửi góp ở FPT thì mỗi tháng Nam phải trả $11.199.000 \approx 9.310.774,86 \text{ đồng}$
 Ở cửa hàng Viettel
 Số tiền cần trả sau khi trả hết là $20.999.000 - 11.000.000 = 9.999.000$
 Số tiền Nam phải góp $9.999.000 = P(1+2,93\% \cdot 12)$

$$\Rightarrow P = 7.397.898,79 \text{ đồng}$$
 Vậy nếu gửi ở Viettel thì mỗi tháng Nam phải trả $7.397.898,79 \text{ đồng}$

$$\Rightarrow$$
 Vậy Nam nên chọn mua ở cửa hàng Viettel.

Hình 3. Bài làm của SV 3

các điểm đặc trưng của phương pháp LK. Các SL cần chú ý nữa đó là SV không vận dụng được kiến thức toán đã học để giải phương trình hàm mũ chiếm 22% trong số các SV có làm bài, thậm chí SV còn sử dụng phép khai căn để giải và 12% áp dụng sai tính chất của lũy thừa và logarit (hình 1). Các SL này theo Hodes & Nolting (1998) lần lượt là lỗi KN và lỗi áp dụng. Như vậy, có thể nói rằng SV còn hạn chế trong việc hiểu KN cũng như sử dụng ngôn ngữ toán học.

- Bài toán 2. Bảng 2 cho thấy, trong số 88% SV có làm bài, có tới 43% SV hiểu nhầm số tiền Nam phải trả góp hàng tháng hay tổng số tiền phải trả góp trong 12 tháng, chia làm 4 nhóm. Nhóm 1 thì cho rằng tổng số tiền Nam phải trả góp là F_n (hình 2). Theo phỏng vấn điều tra SV 2 thì đây là lỗi hiểu theo cách phân loại của Newman (1977), tức SL ở đây

là do SV xác định số tiền vay chính là giá bán của chiếc điện thoại. Rõ ràng Nam đã phải trả trước 11.000.000đ nên Nam chỉ vay trên số dư nợ còn lại mà thôi. Điều này cho thấy SV còn khá lúng túng trong việc xác định yếu tố trung tâm cũng như việc hiểu ngôn ngữ tự nhiên. Ngoài ra, bài làm của SV 2 còn thiếu đơn vị, đây là lỗi bất cần theo Hodes & Nolting (1998). Nhóm 2 xác định được số tiền vay là số dư nợ nhưng lại cho rằng tổng số tiền Nam phải trả góp trong 12 tháng chính là tổng số tiền phải trả khi vay số tiền bằng số dư nợ rồi cộng với giá bán của điện thoại. Bài làm ở hình 3 là 1 đại diện cho nhóm thứ 3, cũng cho thấy SV đã hiểu không đúng về tổng số tiền Nam phải trả góp trong 12 tháng. SV xác định sai số dư nợ còn lại là GTTL của 1 khoản tiền hiện tại. Từ việc hiểu nhầm đó dẫn đến xác định sai các mối quan hệ: $11.199.000 = P(1+1,69\% \cdot 12)$ (1) và $9.999.000 = P(1+2,93\% \cdot 12)$. Ngoài ra, từ công thức (1) SV rút ra được $P = 9.310.774,86$ đ thì số tiền này phải là số vốn vay để khi đáo hạn (sau 12 tháng) Nam phải trả cho ACS số tiền là 11.190.000đ, chứ nó không phải là số tiền mà mỗi tháng Nam phải trả góp như kết luận của SV. SL này cho thấy SV không nắm vững KN phương pháp lãi đơn nên đã hiểu nhầm ý nghĩa của công thức tính toán. Có tới 17% SV có làm bài cũng đã hiểu nhầm ý nghĩa của công thức $F_n = P(1+nr)$ chính là số tiền lãi. Trong bài làm của các SV nhóm 4 hoàn toàn không đề cập đến số tiền đã trả trước. Phỏng vấn thăm dò SV của nhóm này cho thấy SV không nắm KN trả góp theo phương thức vốn và lãi chia đều nên làm một cách tùy tiện để có kết quả mà thôi. Như vậy theo Newman (1977) thì đây là lỗi hiểu.

Một điều thật thú vị khi SV thể hiện sự am hiểu của mình về việc xác định số tiền Nam phải trả góp hàng tháng (hình 4). SV này cho rằng giá bán hiện tại của chiếc điện thoại bằng số tiền trả trước cộng với giá trị hiện tại của một CT đều cuối kì được trả hàng tháng. Nhưng thật đáng tiếc là đề bài ràng buộc trả nợ theo phương thức vốn và lãi chia đều, tức là không theo phương thức dư nợ giảm dần, không sử dụng công thức tính LK. Có 9% SV sử dụng nhầm công thức tính LK thay vì công thức tính lãi đơn trong số các SV làm bài. SL này theo Hodes & Nolting (1998) là lỗi KN.

- Bài toán 3. Trong 87% SV làm bài, có tới 39% SV không xác định được quy luật của dãy số liệu cho trong bảng biểu (bảng 2). Theo cách phân loại của Hodes & Nolting (1998) thì đây là lỗi áp dụng hoặc là lỗi KN khi SV cho rằng đã không nhớ KN

+ Trường hợp của hãng FPT

$$22.199.000 = 11.000.000 + a_1 \frac{1 - (1+r_1)^{-12}}{r_1}$$

$$\Rightarrow a_1 \frac{1 - (1+1,69\%)^{-12}}{1,69\%} = 11.199.000$$

$$\Rightarrow a_1 = 1.038.915 \text{ đồng}$$

+ Trường hợp của hãng Kettel

$$20.999.000 = 11.000.000 + a_2 \frac{1 - (1+r_2)^{-12}}{r_2}$$

$$\Rightarrow a_2 \frac{1 - (1+2,93\%)^{-12}}{2,93\%} = 9.999.000$$

$$\Rightarrow a_2 = 1.000.328 \text{ đồng}$$

Do $a_1 > a_2 \Rightarrow$ Nam nên mua của hãng Kettel

Hình 4. Bài làm của SV 4

cấp số nhân. Cho thấy rằng SV còn rất hạn chế trong việc thu nhận thông tin từ bảng biểu. 25% SV có làm bài cho rằng tổng số tiền bạn có sau 12 tháng là giá trị hiện tại, chứng tỏ SV không hiểu rõ KN giá trị hiện tại và GTTL của 1 CT. 42% SV có làm bài đã xác định sai LS r nhưng chỉ có 7% xác định sai n . Điều này cho thấy SV khá máy móc và tùy tiện khi thay các giá trị vào công thức tính lãi. Thực chất là do không nắm vững KN phương pháp LK, bởi vì theo phương pháp LK thì giữa LS và kì phải trùng khớp nhau về đơn vị thời gian, tức việc mắc 2 SL này thường phải là đồng thời.

Bài làm của SV 5 cho thấy SV xác định đúng giá trị cần tìm là GTTL của một CT cuối kì biến đổi theo cấp số nhân (hình 5). Song đã xác định sai LS r . Bài làm này còn cho thấy SV có lưu ý về sự đồng nhất về đơn vị thời gian giữa LS và kì. Tuy nhiên, SV không biết rằng số kì n trong phương pháp LK phải dựa trên thời gian ghép lãi. Theo kết quả phiếu hỏi, có tới 57% SV đã không xác định đúng thời gian ghép lãi và giá trị của r khi thay đổi kì hạn gửi và LS ở bài toán 1. Hơn nữa, qua phỏng vấn cho thấy SL này còn được bắt gặp ở 2 SV có câu trả lời đúng cho bài toán

$$F_v = a_1 \frac{q^n - (1+r)^n}{q - (1+r)}$$

$$= 2000 \frac{2^1 - (1+6\%)^1}{2 - (1+6\%)}$$

$$= 2000 \text{ đ}$$

Hình 5. Bài làm của SV 5

1. Điều này là do SV chưa nắm vững điểm đặc trưng của phương pháp LK.

Bài làm ở hình 6 thể hiện SV đã biết cần phải tính GTTL nhưng do không phát hiện ra quy luật của số liệu nên đã sử dụng công thức tính GTTL của CT cuối kì tổng quát. Theo phỏng vấn thăm dò thì nguyên nhân là do SV quan sát các số liệu một cách không

$$\begin{aligned}
 FV &= 2 \left(1 + \frac{6\%}{12}\right)^0 + 4 \left(1 + \frac{6\%}{12}\right)^1 + 8 \left(1 + \frac{6\%}{12}\right)^2 \\
 &+ 16 \left(1 + \frac{6\%}{12}\right)^3 + 32 \left(1 + \frac{6\%}{12}\right)^4 + 64 \left(1 + \frac{6\%}{12}\right)^5 \\
 &+ 128 \left(1 + \frac{6\%}{12}\right)^6 + 256 \left(1 + \frac{6\%}{12}\right)^7 + 512 \left(1 + \frac{6\%}{12}\right)^8 \\
 &+ 1024 \left(1 + \frac{6\%}{12}\right)^9 + 2048 \left(1 + \frac{6\%}{12}\right)^{10} + 4096 \left(1 + \frac{6\%}{12}\right)^{11} \\
 &= 8609,55824 \text{ ngàn đồng}
 \end{aligned}$$

Hình 6. Bài làm của SV 6

đầy đủ và do SV không hiểu thế nào là một cấp số nhân. GTTL của một CT được xây dựng trên nguyên lí GTTL của một khoản tiền. Nghĩa là, GTTL của một CT bằng tổng GTTL của các khoản tiền. SV đã nắm bắt được nguyên lí này, tuy nhiên, đã xác định sai GTTL của các khoản tiền. Chẳng hạn, với khoản tiền 2.000đ phát sinh ở cuối tháng thứ nhất nên GTTL của

nó tại thời điểm cuối tháng thứ 12 phải là $2 \left(1 + \frac{6\%}{12}\right)^{11}$

chứ không thể là $2 \left(1 + \frac{6\%}{12}\right)^0$. Nếu các em biết biểu

diễn bài toán theo biểu đồ dòng tiền tệ thì việc mắc SL này rất khó xảy ra. Ngoài ra, do phải tính toán các công thức công kênh nên đã dẫn đến SL trong tính toán, kết quả đúng theo bài làm phải là 8.609.172đ.

4.3. Các SL trong việc giải quyết một số bài toán tài chính cơ bản. Các SL chỉ ra trong bảng 2 đã trả lời cho câu hỏi nghiên cứu 1. Như vậy, so với các SL thu được của Khalo & Bayaga, chúng tôi đã tìm ra thêm các SL liên quan đến việc hiểu và diễn đạt ngôn ngữ tự nhiên; hiểu kiến thức thực tế liên quan đến gửi tiết kiệm và trả góp; việc hiểu và vận dụng kiến thức toán: cấp số nhân, hàm mũ, hàm logarit và các tính chất của chúng; đồng thời các kiến thức về toán tài chính: giá trị hiện tại, GTTL của 1 khoản tiền, 1 CT và các phương thức trả nợ vay.

Chúng tôi đồng tình với Makonye và cộng sự (2014) cho rằng các SL SV mắc phải trong toán tài chính chủ yếu liên quan đến KN.

4.4. Các SL trong việc sử dụng THH khi giải quyết một số bài toán tài chính cơ bản. Từ việc xác định rõ các nhiệm vụ, hoạt động cần làm trong quá trình THH, kết hợp với việc phân tích kết quả phiếu kiểm tra và phiếu hỏi giúp cho chúng tôi có thể trả lời cho câu hỏi nghiên cứu 2.

Ở bước 1: Mục đích của bước 1 là xây dựng mô hình toán của một tình huống thực tế. Đây chính là điểm xuất phát, là bước quan trọng nhất trong quá trình THH và cũng ẩn chứa rất nhiều SL. SL thể hiện trong việc xác định yếu tố trung tâm, chưa biết lược bỏ những yếu tố không cần thiết; trong việc hiểu và diễn đạt tình huống bằng ngôn ngữ tự nhiên; trong việc liên tưởng, kết nối các yếu tố thực tế với các ý tưởng toán học và toán tài chính; trong việc sử dụng ngôn ngữ toán học; trong việc quan sát, thu nhận thông tin từ bảng biểu và phát hiện quy luật của các số liệu; hiểu nhầm các KN cơ bản của toán tài chính; hiểu nhầm các KN toán học: hàm ngược của hàm mũ, cấp số nhân.

Ở bước 2: Thực tế cho thấy, khi đã có mô hình toán thì đa phần các em đều có khả năng giải được bởi ở đây SV đã bắt gặp các khuôn mẫu. Tuy nhiên, trong bài toán 1, trong số các SV làm bài có tới 34% SV không áp dụng đúng kiến thức toán để giải. Bên cạnh đó, trong bài toán 3, tỉ lệ SV thay sai các giá trị LS *rv* và số kì *n* lần lượt là 42% và 7% trong số các SV làm bài. Ngoài ra, theo kết quả phiếu hỏi, có tới 57% SV không xác định đúng giá trị của *rv* và thời gian ghép lãi. Điều này một lần nữa cho thấy phần lớn SV không nắm chắc các đặc trưng của phương pháp LK. Ngoài ra, cũng có một số em vẫn còn mắc SL trong việc tính toán, chẳng hạn ở hình 6.

Ở bước 3: Bước này cũng đóng vai trò rất quan trọng, bởi khi chuyển đổi được kết quả trong toán sang kết quả thực tế thì đã giúp cho ta tìm ra cách giải quyết tình huống thực tế ban đầu. Tuy nhiên, SV vẫn chưa chú trọng thực hiện bước này. Thể hiện ở bài làm ở hình 5, SV không đưa ra kết luận gì để trả kết quả tính toán được về tình huống ban đầu. Có tới 63% SV làm bài toán 3 mà không có lời giải hay kết luận gì cho bài toán. Ngoài ra, theo bảng 2, trong số các SV làm bài có 40% không viết đơn vị tiền tệ. Theo điều tra của Khalo & Bayaga (2014) trên 105 học sinh lớp 10 cho thấy: 50,5% quên viết đơn vị, trong đó chỉ có 7,6%

thừa nhận luôn mắc SL như thế và 42,9% thừa nhận thỉnh thoảng mắc SL này.

Ở bước 4: Trong bài làm ở hình 5, SV đã đưa ra kết quả là một con số hoàn toàn không thể chấp nhận, vì tháng đầu tiên bạn đã gửi vào ngân hàng 2.000đ mà sau 12 tháng bạn cũng chỉ nhận được 2.000đ. Điều này cho thấy SV đã không xem xét tính hợp lí của kết quả. Theo kết quả phiếu hỏi, 38% SV cho rằng kết quả thu được ở bài toán 1 là hợp lí mà không có giải thích gì, 62% cho rằng kết quả không hợp lí vì trên thực tế LS ngân hàng sẽ thay đổi theo thời gian và 100% SV cho rằng việc rút tiền lãi khi đến hạn chỉ để lại phần vốn gốc thì kết quả vẫn không thay đổi vì vẫn để 10.000.000đ trong ngân hàng. Thực chất việc rút tiền lãi dẫn đến không thực hiện theo phương pháp LK mà theo lãi đơn khiến kết quả sẽ thay đổi.

SL nữa là không hiểu được kết quả đó trong bối cảnh của tình huống thực tế ban đầu và ý nghĩa của kết quả đó. Từ kết quả phiếu hỏi cho thấy, 100% SV trả lời phiếu hỏi đều không nắm được ý nghĩa xa hơn nữa của các kết quả tính toán được ở bài toán 2. Thực tế các công ti tài chính này không tính lãi cho khách hàng trên số dư nợ giảm dần. Nếu trả nợ theo phương thức dư nợ giảm dần với vốn gốc cố định thì tổng số tiền trả nợ trong suốt thời hạn vay của ACS

$$PV\left(1 + \frac{n+1}{2}r\right) = 11.199.000(1 + 12.1,69\%), \text{ do đó}$$

LS thực sự mà khách hàng phải chịu lên tới $r = 3,12\%$ /tháng tức tương đương với LS 37,44%/năm đối với ACS và tính toán tương tự ta có $r = 5,41\%$ /tháng hay 64,92%/năm đối với Home Credit.

Cũng qua kết quả phiếu hỏi, chỉ có 23% SV nghĩ đến cách giải khác cho bài toán, tuy nhiên cũng chỉ nghĩ đến 2 cách giải, không có SV nào cho rằng còn có các cách giải khác nữa và chỉ làm theo cách mà mình đã nghĩ ra từ đầu mà thôi. Một trong các cách giải khác nữa cho bài toán này đó là tính giá trị hiện tại của CT cuối kì biến đổi theo cấp số nhân sau đó tính GTTL của khoản tiền vừa tìm được sau 12 tháng. Ngoài ra, 70% SV trả lời phiếu hỏi cho rằng các em không bao giờ đặt các câu hỏi tương tự như 4 câu đầu trong phiếu hỏi. Kết quả này khá phù hợp với kết quả điều tra của Nguyễn Thị Tân An (2014) về việc học sinh có nắm được quá trình THH khi gặp 1 tình huống thực tế hay không, có 65,22% học sinh chỉ thực hiện 3 bước đầu của quá trình THH.

5. Phân tích ở trên cho thấy, đa phần SV vẫn chưa thực hiện tốt các bước của quá trình THH. Điều này là do SV chưa có thói quen thực hiện đầy

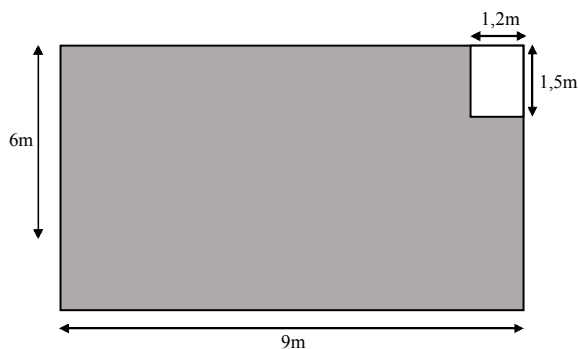
đủ các nhiệm vụ đó. Ngoài ra, môn *Toán cao cấp* ở các trường cao đẳng đều có truyền thống được dạy theo cách trừu tượng, cách dạy chỉ có lợi cho người học trừu tượng mà thôi. SV không được dạy tại sao phải học các KN và bằng cách nào các KN đó sẽ được áp dụng ra bên ngoài lớp học. Học theo cách như vậy SV sẽ không biết cách thu nhận và xử lí thông tin; đồng thời các em không được tự trải nghiệm để hình thành khả năng liên tưởng, kết nối các KN với thế giới thực; SV sẽ gặp khó khăn trong việc hiểu KN: nhận dạng KN, các điểm đặc trưng của KN, mối quan hệ giữa các KN, xác định công thức tính toán và ý nghĩa của công thức đó, xác định giá trị của các yếu tố trong công thức.

Kết quả nghiên cứu của bài viết sẽ giúp SV nhận ra những khuyết điểm, chú trọng phát triển, bồi dưỡng khả năng THH của bản thân, giúp các em có thói quen vận dụng toán học vào cuộc sống và từ đó nhận thấy ý nghĩa của việc học toán; là cơ sở để giảng viên xây dựng các biện pháp sư phạm nhằm hình thành và phát triển khả năng THH của SV. Để phát triển kết quả nghiên cứu, chúng tôi sẽ tiếp tục đề cập đến một số SL khác mà SV cao đẳng ngành Kinh tế gặp phải khi giải quyết các bài toán tài chính cơ bản liên quan đến tổng của hai CT đều cuối kì với số liệu được cho dưới dạng biểu đồ và cực trị của hàm số; đồng thời chỉ ra các yếu tố dẫn đến các SL này của SV. □

Tài liệu tham khảo

- [1] Bell, A. - The Toolkit team (1993). *Learning from mistakes and misconceptions: Gaining the skills. A strategy in the Toolkit for the change Agents*, MARS Michigan State University.
- [2] Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. D. Reidel, Dordrecht.
- [3] OECD (2009). *The PISA 2009 Assessment Framework - Reading*. Mathematics and Science, OECD, Paris.
- [4] Nguyễn Thị Tân An (2014). *Sử dụng toán học hóa để phát triển các năng lực hiểu biết định lượng của học sinh lớp 10*. Luận án tiến sĩ, Trường Đại học Sư phạm TP. Hồ Chí Minh.
- [5] Newman, M.A. (1977). *An analysis of sixth-grade pupils' errors on written mathematical tasks*. Victorian Institute for Educational Research Bulletin, 39, pp. 31-43.
- [6] Ellerton, N. F. - Clements, M. A. (1997). *Pencil-and-paper mathematics tests under the microscope*. Rotorua, NZ: Mathematics Education Research Group of Australasia.
- [7] Hodes, E. - Nolting, P. (1998). *Winning at Mathematics?*. SBCC Mathematics Department Academic Success Press.

(Xem tiếp trang 53)



Hình 2. Sàn nhà cần lát đá hoa (phương án 2)

Câu hỏi 1. Giả sử chọn phương án 1 để thiết kế mặt sàn. Em hãy tính toán xem nên mua loại gạch nào để chi phí nhỏ nhất, vì sao?

Câu hỏi 2. Giả sử chọn phương án 2 để thiết kế mặt sàn. Em hãy tính toán xem nên mua loại gạch nào để chi phí nhỏ nhất, vì sao?

Phân tích: Khi trả lời câu hỏi 1 và 2, thông thường, HS cần xác định diện tích phần lát gạch, chia cho diện tích một viên gạch, ra số viên gạch. Tuy vậy, để trả lời câu hỏi 2, nếu chỉ tính theo cách đó, có thể sẽ ra kết quả lẻ (số viên gạch không phải là số nguyên). Lúc này, HS phải đối mặt với hai câu hỏi (vấn đề): “Tính số gạch như thế nào, có làm tròn số gạch không?” và “Khi đó, lát nền như thế nào?”. Khi đó các nhóm sẽ phải phân tích, tranh luận trong nhóm, để đưa ra đáp án. GV có thể hỗ trợ HS bằng cách đề xuất phương án sử dụng bảng thu thập số liệu và xử lý thông tin như dưới đây:

Bảng 4. Bảng thu thập, xử lý số liệu và đánh giá kết quả

Tính toán Loại gạch	Tổng diện tích cần lát	Diện tích một viên gạch	Số viên gạch cần sử dụng	Số thùng	Thành tiền
30cmx30cm					
50cmx50cm					

Kết luận:

3. Kết luận

Phương pháp dạy học thực hành nếu được áp dụng hợp lý trong dạy học toán nói chung và dạy học giải toán có lời văn nói riêng sẽ phát triển NL vận dụng toán học vào thực tiễn cho HS. Học tập trong những tình huống được thiết kế như trên, HS có thể dùng kiến thức, kĩ năng toán học mà em biết để giải quyết những vấn đề trong cuộc sống, hoặc ít ra cũng rất gần gũi với cuộc sống. Những tình huống, vấn đề đưa ra cho HS không chỉ yêu cầu các em phải tính toán mà còn phải biết phân tích, lựa chọn rồi mới đưa đến việc thực hiện các phép tính. Từ đó môn Toán không còn

khô khan, trừu tượng mà trở nên thật hữu ích đối với các em, góp phần tạo hứng thú học tập và niềm yêu thích môn học. □

Tài liệu tham khảo

- [1] Nguyễn Năng Tâm - Lê Ngọc Sơn (2015). *Dạy học Toán ở tiểu học theo định hướng phát triển năng lực*. Kỷ yếu Hội thảo khoa học Đào tạo và phát triển nguồn nhân lực giáo dục tiểu học. NXB Hồng Đức, tr 183-194.
- [2] Nguyễn Tiến Trung (2015). *Bồi dưỡng và phát triển năng lực toán học cho học sinh tiểu học*. Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, số 8A, Vol. 60, tr 35-43.
- [3] Teresita Bambico (2003). *Intervention Program on the Use of Practical Work as a Teaching Strategy in Elementary School Mathematics: Its Effects on the Teachers' Instructional Skills and Mathematical Ability*. Asia Pacific Education Review, Vol. 4, No. 2, pp. 199-207.
- [4] Hoàng Phê (chủ biên) (1992). *Từ điển Tiếng Việt*. Trung tâm từ điển ngôn ngữ, Hà Nội.
- [5] Trần Luận (2011). *Về cấu trúc năng lực toán học của học sinh*. Kỷ yếu Hội thảo Quốc gia về giáo dục toán học ở trường phổ thông. NXB Giáo dục Việt Nam, tr 87-100.
- [6] Nguyễn Thị Phương Hoa (chủ biên) - Vũ Hải Hà (Đồng chủ biên) - Nguyễn Thị Thu Hà - Trần Hoàng Anh - Vũ Thị Kim Chi - Vũ Bảo Châu (2014). *PISA và những vấn đề giáo dục Việt Nam, tập 1 - Những vấn đề chung về PISA*. NXB Đại học Sư phạm.
- [7] Trần Vui (2014). *Giải quyết vấn đề thực tế trong dạy học Toán*. NXB Đại học Huế
- [8] Bộ GD-ĐT (2015). *Toán 4*. NXB Giáo dục Việt Nam.
- [9] Bộ GD-ĐT (2015). *Toán 5*. NXB Giáo dục Việt Nam.
- [10] Nguyễn Thị Kim Thoa (2013). *Thực hành giải toán ở tiểu học*. NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.

Sai lầm trong toán học hóa...

(Tiếp theo trang 60)

- [8] Khalo, X. - Bayaga, A. (2014). *Underlying factors related to errors in financial mathematics due to incorrect or rigidity of thinking*. TD The Journal for Transdisciplinary Research in Southern Africa, 10(3), pp. 340-354.
- [9] Makonye, J.P, Weitz, M. - Parsotam, B. (2014). *Preparing to teach grade 12 financial mathematics: A case study of student teachers' learning experiences*. Proceedings of the 20th Annual National Congress of the Association of Mathematics Teachers of South Africa (pp. 205-206). Kimberly: Amesa.