

# HƯỚNG TỚI SỰ HIỂU BIẾT VỀ TRỰC GIÁC VÀ VAI TRÒ CỦA TRỰC GIÁC TRONG DẠY HỌC TOÁN

ĐÀO TAM\* - VÕ XUÂN MAI\*\*

Ngày nhận bài: 27/06/2016; ngày sửa chữa: 28/06/2016; ngày duyệt đăng: 28/06/2016.

**Abstract:** In this article, authors present some viewpoints of intuition and the role of intuition in scientific research as well as in mathematics education towards a better understanding of intuition. Also, authors design some situations of thinking development for students in teaching mathematics at high school.

**Keywords:** Intuition, the role of intuition, mathematics education.

“Trực giác” (TG) là khái niệm gây nhiều tranh luận của các nhà nghiên cứu trên thế giới bắt đầu từ những năm 1930 của thế kỷ XX, cho đến nay TG vẫn tiếp tục được nghiên cứu, phát triển và vận dụng. TG đã được nghiên cứu trên nhiều lĩnh vực khác nhau như: triết học, tâm lí học, tôn giáo, đạo đức học, mỹ học, khoa học, toán học và giáo dục học. Có quan niệm cho rằng TG như là giác quan thứ sáu, một sức mạnh huyền bí, mang tính thiên phú hay nhờ may mắn, ngẫu hứng, xuất thần. Các nhà khoa học khi nghiên cứu hiện tượng TG đã cho rằng TG là một khả năng thực tế, có thể được xác định trong phòng thí nghiệm hoặc quan sát qua quét não. TG không chỉ đóng vai trò quyết định trong quá trình thực hiện những khám phá, sáng tạo khoa học, mà còn giúp các nhà nghiên cứu mang TG vào hoạt động dạy và học. Một số nhà giáo dục như: J. Bruner, E. Fischbein, R.L. Wilder, R.M. Hogarth,... sử dụng TG như là một yếu tố quan trọng, cần thiết trong dạy học Toán. Bài viết đề cập một số quan niệm của các nhà nghiên cứu trên thế giới và Việt Nam về TG, vai trò của TG trong nghiên cứu và dạy học Toán.

## 1. Một số quan niệm về TG

Từ “TG” có nguồn gốc từ tiếng Latin “*intueri*”, có nghĩa là “nhìn vào bên trong” hay “dự tính, liệu trước”. Thông thường, một định nghĩa khoa học (theo logic học) cần đáp ứng hai yêu cầu: 1) Quy sự vật hoặc khái niệm được định nghĩa vào một phạm trù nhất định để phân biệt nó với những sự vật, khái niệm thuộc phạm trù khác; 2) Nêu những đặc trưng (hình thức, cấu tạo, chức năng, nguồn gốc,...) của sự vật, khái niệm nhằm phân biệt với những sự vật, khái niệm khác cùng phạm trù. Vì vậy, để hiểu rõ khái niệm TG, cần quy nó vào một phạm trù nhất định. Nhiều tác giả trên thế giới và ở Việt Nam đã đưa ra các quan niệm khác nhau về TG:

- Bergson quy TG vào phạm trù *phương tiện*, cho rằng: “TG như là một phương tiện đặc thù của việc

*nắm bắt sự thật*” [1; tr 326]. Hadamard nhận định TG như là: “*nguồn gốc của sự đổi mới chân chính, sáng tạo*” [1; tr 326]. Còn Descartes và Spinoza xem TG là hình thức cao nhất của kiến thức: “*Trong thế giới của sự xuất hiện gây hiểu lầm và giải thích vô ích, TG vẫn là nguồn đáng tin cậy cuối cùng của chân lí tuyệt đối chắc chắn*” [2; tr 3].

- Theo Kant: “*TG là năng lực thông qua đó, các đối tượng được nắm bắt một cách trực tiếp, phân biệt với năng lực hiểu biết mà chúng ta đạt được kiến thức khái niệm*” [2; tr 3]. Cùng quan niệm này, theo Myers, TG là năng lực trực tiếp có kiến thức ngay khi phân tích hợp lí.

- Hầu hết các tài liệu về TG của các tác giả trên thế giới đều quan niệm về TG theo phạm trù *nhận thức* như: Beth và Piaget, Wilder, Berne, Greene, Tall và Vinner, Arnheim, Fischbein, Browsers, Simon, Burke và Miller, Raidl & Lubart,... Chẳng hạn: + Theo Piaget: “*TG để chỉ một phạm trù nhất định của nhận thức, trực tiếp nắm bắt sự vật, đối tượng mà không có bất cứ nhu cầu biện minh hoặc diễn giải rõ ràng*” [2; tr 3]; + Theo Wilder: “*TG là nhận thức ngay tức khắc đối tượng, của một số đối tượng cụ thể, mà không cần hỗ trợ từ các giác quan hay từ lí do để giải thích cho sự nhận thức đó*” [3; tr 605]; + Theo Carl Jung: “*TG là nhận thức mà đầu tiên xảy ra trong vô thức, sau đó được đem vào trong giai đoạn có ý thức*” [4; tr 35]; + Theo Arnheim: “*TG là một đặc tính cụ thể của nhận thức, có nghĩa là khả năng nắm bắt trực tiếp sự hiệu quả của tương tác xảy ra trong tình huống nhận thức. TG là một phần của mỗi hoạt động nhận thức*” [4; tr 36]; + Bruner trong tác phẩm “*The Process of Education*” nhận định rằng: “*TG là một nhận thức ẩn*

\* Hội Giảng dạy Toán học phổ thông

\*\* Trường Đại học Đồng Tháp

tàng của toàn bộ quá trình, để chỉ hành động nắm bắt ý nghĩa hay tầm quan trọng của cấu trúc của một vấn đề mà không phụ thuộc vào bộ máy phân tích”[4; tr 36].

- Ở Việt Nam, một số ít tác giả có đề cập đến khái niệm TG trong các tài liệu về phát triển tư duy toán học, như: Nguyễn Văn Lộc [5], Phạm Gia Đức và Phạm Đức Quang [6],... Các tác giả này cũng quan niệm TG theo phạm trù nhận thức. Theo **Từ điển tiếng Việt** [7], TG có nghĩa là: *nhận thức trực tiếp, không phải bằng suy luận của lí trí*. TG được nghiên cứu trong quá trình phát triển tư duy toán học cho học sinh (HS). Theo Koliagin, những thành phần cơ bản của tư duy toán học gồm: tư duy cụ thể, tư duy trừu tượng, tư duy TG, tư duy hàm, tư duy biện chứng, tư duy logic, tư duy sơ đồ không gian và tư duy sáng tạo; ông cho rằng: *Tư duy TG là phương pháp đặc biệt của nhận thức, đặc trưng bởi việc tìm ra chân lí một cách trực tiếp, liên quan đến TG đó là những hiện tượng như việc giải quyết vấn đề một cách bất ngờ, chớp nhoáng, không tuân thủ theo các yêu cầu logic, kết quả tìm được bằng phương pháp này rất nhanh chóng*. Theo Nguyễn Văn Lộc: *“Khái niệm TG là một yếu tố của một phương thức tư duy được gọi là tư duy TG, tư duy dựa trên sự tri giác toàn bộ vấn đề, có khả năng thực hiện dưới dạng biến đổi, chuyển hóa nhanh, lược bỏ các khâu bộ phận”*[5; tr 32].

Tuy quan niệm theo những phạm trù khác nhau được nêu ở trên, nhưng TG có hai đặc trưng sau: nắm bắt kiến thức một cách nhanh chóng, không đòi hỏi sự giải thích rõ ràng của tư duy phân tích. Theo chúng tôi: *TG là phạm trù của nhận thức, trực tiếp nắm bắt sự vật, đối tượng một cách nhanh chóng mà không cần có sự diễn giải và lí luận rõ ràng*.

## 2. Vai trò của TG trong khoa học và dạy học Toán

Trong lịch sử, các nhà nghiên cứu đã công nhận TG đóng vai trò then chốt trong quá trình hình thành các phát minh khoa học. Chẳng hạn, nhà nghiên cứu người Pháp Edouard Le Roy từng nói: *Nhà phát minh trước hết là một người giàu TG, một nhà thơ*; nhà toán học Henri Poincare trong quá trình sáng tạo toán học đã nhận xét: *Bằng khoa học mà chúng ta chứng minh, bằng TG mà chúng ta khám phá*. Albert Einstein từng nói: *Tôi tin vào TG và cảm hứng*. *Trí tưởng tượng quan trọng hơn kiến thức*. *Đối với kiến thức còn hạn chế, trong khi trí tưởng tượng bao trùm toàn bộ thế giới, kích thích tiến bộ, khai sinh ra quá trình tiến hóa*. *Nói đúng ra, đó là một yếu tố thực trong nghiên cứu khoa học*. Theo Libikhov: *“Trong khoa học cũng như trong cuộc sống hằng*

*ngày, những thao tác trí lực không diễn ra theo các nguyên tắc logic mà sự hình dung về một chân lí nào đó, hoặc về những nguyên nhân của một hiện tượng bao giờ cũng đi trước sự chứng minh; người ta không xuất phát từ những tiền đề để đi đến kết luận cuối cùng mà trái lại, kết luận đó có trước, các tiền đề của nó chỉ sau này mới được tìm ra với tính cách là những chứng minh”*[6; tr 15].

Vai trò của TG trong sáng tạo khoa học là rất lớn, còn trong dạy học Toán có tầm quan trọng như thế nào, một số nhà giáo dục học đã nhận định như sau: - Theo R.L.Wilder: *“TG đóng một vai trò nền tảng và không thể thiếu trong nghiên cứu toán học cũng như trong phương pháp dạy học hiện đại”*[3; tr 605]. Ông cho rằng: TG có 3 vai trò trong quá trình phát triển khái niệm, nghiên cứu và dạy học, vai trò chính của TG là cung cấp nền tảng nhận thức, định hướng cho những nghiên cứu mới; trong dạy học Toán, công cụ toán học của HS ở trường phổ thông gồm hai thành phần chính, là: kiến thức (knowledge component) và TG (intuitive component). Để tách biệt giữa hai thành phần kiến thức và TG là rất khó, bởi TG phụ thuộc vào sự phát triển của kiến thức. R.L.Wilder nhấn mạnh: *“Phương pháp dạy học hiện đại cần nhận ra được vai trò của TG bằng cách thay thế việc dạy học “làm thế này, làm thế kia” bởi “điều gì nên làm tiếp theo”. Đó là cách tiếp cận giúp TG phát triển, như vậy sự hiểu biết và phê phán kiến thức có thể thâm nhập đúng đắn trong HS”* [3; tr 610]; - E.Fischbein nhấn mạnh ba thành phần của kiến thức toán học: *hình thức, thuật toán và TG* (formal knowledge, algorithmic knowledge, intuitive knowledge) và mối quan hệ của chúng đóng một vai trò quan trọng trong quá trình học Toán của HS. Năm 1987, ông xây dựng TG như là một lĩnh vực nghiên cứu trong giáo dục toán học và hoàn thiện cuốn sách *“Intuition in Science and Mathematics - An Educational Approach”* (**TG trong Khoa học và Toán học - Một hướng tiếp cận giáo dục**) nhằm đưa ra quan điểm về TG, xác định và tổ chức kiến thức trên các đối tượng toán học trong dạy học Toán; - Theo John Howarth: *“Giải pháp TG của vấn đề là quan trọng. Chủ yếu đó là việc tìm kiếm câu trả lời cho một vấn đề trước khi bạn giải quyết nó. Người học cần được “cắm đống” để tin rằng TG là cái gì đó mà bạn có thể có. Chúng tôi chắc chắn rằng tất cả đều có những tài năng khác nhau, nhưng quá trình khơi gợi tài năng đó cần được khuyến khích. Đó là một trong những điều mà dạy học cần làm. Giáo viên (GV) có thể khuyến khích tài năng bằng cách ví dụ hay mô tả cách tiếp cận riêng để giải quyết vấn đề”*[7; tr 30];

- Theo Burton: “Nghiên cứu của nhà toán học đã cung cấp cho chúng ta những chỉ dẫn rõ ràng để định hướng tới một phương pháp sư phạm toán học một cách thú vị và bổ ích cho người học cũng như hoạt động thực tiễn của học. Những chỉ dẫn này trước hết hướng tới giá trị và bồi dưỡng TG, công nhận tầm quan trọng của việc kết nối, liên kết trong xây dựng ý nghĩa toán học” [8; tr 31].

Theo chúng tôi, vai trò của TG trong dạy học Toán là cung cấp cho người học những dự đoán mang tính giáo dục, tuy nhiên dự đoán thì có thể đúng hoặc sai; trong hai trường hợp đều có khả năng kích thích tư duy cho người học một cách hiệu quả, vì với dự đoán sai cũng dẫn đến sự phát triển tư duy nhất định trong quá trình nhận thức của HS. Đặc biệt, khi HS gặp những khó khăn mới (chẳng hạn: bài toán “không mẫu mực”, một khái niệm mới trừu tượng), TG thể hiện được ưu thế trong việc định hướng giải quyết hay cách tiếp cận vấn đề. Hơn nữa, TG trong dạy học Toán giúp HS hiểu được bản chất, ý nghĩa của tri thức, tạo cầu nối giữa trực quan với trừu tượng.

Tóm lại, vai trò của TG đối với việc tiếp cận hiện đại trong nghiên cứu giáo dục toán ở trường phổ thông, gồm: - Sử dụng TG như là phương tiện để đưa ra dự đoán hay phán đoán, giả thuyết khoa học; - Sử dụng TG để định hướng giải quyết vấn đề, làm rõ nghĩa của tri thức.

Ba vấn đề này giúp HS biết cách tiếp cận, kiến tạo, khám phá kiến thức, phát hiện cũng như tiếp cận tri thức luận trong dạy học môn Toán.

### 3. Ví dụ minh họa về vai trò của TG

Ví dụ: Trong bài học: “Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn” (Đại số và Giải tích 11; tr 133-134): Cho một cấp số nhân vô hạn có số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$ ,  $|q| < 1$ . Khi đó, tổng của cấp số nhân là

$S = u_1 + u_1q + u_1q^2 + \dots = \frac{u_1}{1-q}$ . Sau đó, GV yêu cầu HS tính tổng của cấp số nhân sau:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots$$

Nếu GV giao cho HS giải bài toán này khi đã cung cấp công thức thì các em chỉ vận dụng công thức có sẵn vào trường hợp cụ thể. Dĩ nhiên HS có thể dễ dàng học thuộc và vận dụng công thức vào tính tổng các cấp số nhân, tuy nhiên mới chỉ áp dụng một cách máy móc, hình thức chứ chưa hiểu được bản chất. Vì

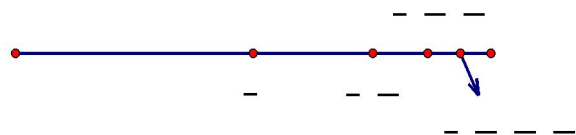
vậy, dưới đây chúng tôi đưa ra vai trò của TG nhằm giúp HS hiểu rõ được bản chất của kiến thức và linh hoạt vận dụng vào các tình huống khác nhau. Xét các tình huống sau:

Tình huống 1: Xét đoạn  $[0; 1]$ , có trung điểm của đoạn  $[0; 1]$  là điểm  $\frac{1}{2}$ , trung điểm của đoạn  $[\frac{1}{2}; 1]$  là

điểm  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2}$ , trung điểm của đoạn  $[\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2}; 1]$  là điểm

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3}, \dots$  (hình 1). Tiếp tục quá trình như trên, HS có nhận xét gì về trung điểm của đoạn

$[\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n}; 1]$ , khi  $n \rightarrow +\infty$ .

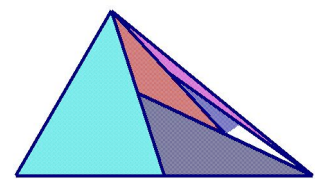


Hình 1  
Hình 1

Từ đó, HS TG được vấn đề  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots = 1$ .

Tình huống 2: Xét tam giác có diện tích bằng 1 (đơn vị diện tích). Chia tam giác thành hai phần bởi đường trung tuyến rồi tô màu một phần, phần còn lại tiếp tục được chia thành hai phần bởi đường trung tuyến rồi tô màu một phần, lại tiếp tục chia phần còn lại thành hai phần, ... cứ tiếp tục quá trình như thế (hình 2).

Có nhận xét gì về tổng diện tích các phần được tô màu? Dễ dàng HS TG được các phần tô màu lấp đầy tam giác cho ban đầu, nên ta có tổng diện tích các phần



Hình 2

được tô màu bằng 1. Giải thích ý nghĩa của tri thức: đường trung tuyến chia tam giác thành hai phần có

diện tích bằng nhau nên phần tô màu thứ nhất  $S_1 = \frac{1}{2}$ ,

tiếp tục chia tam giác ta được phần tô màu có diện tích

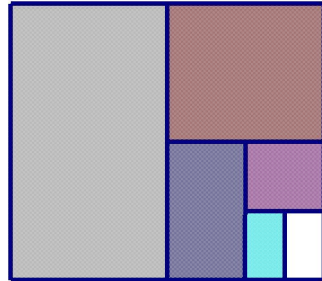
là  $S_2 = \frac{1}{2^2}$ , cứ tiếp tục thu được diện tích phần được tô

màu lần lượt là các số hạng của cấp số nhân:

$\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots$ . Dễ thấy:  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots = 1$ .

Sau đó cho HS kiểm tra lại kết quả bằng sử dụng công thức tổng quát ở trên.

**Tình huống 3:** Xét hình vuông có cạnh 1 đơn vị và diện tích bằng 1. Đoạn thẳng nối trung điểm của hai cạnh đối diện chia hình vuông thành hai phần, tô màu một phần, phần còn lại tiếp tục chia đôi bởi đoạn thẳng nối trung điểm của hai cạnh đối diện, tô màu một phần, phần còn lại tiếp tục chia đôi,... cứ tiếp tục quá trình như thế (xem hình 3). Có nhận xét gì về tổng diện tích các phần được tô màu?



Hình 3

HS dễ dàng TG được các phần được tô màu lấp đầy hình vuông đã cho ban đầu, nên tổng diện tích các phần được tô màu bằng 1. Giải thích ý nghĩa của bài toán: đoạn thẳng nối trung điểm của hai cạnh đối diện chia hình vuông thành hai phần có diện tích bằng

nhau nên  $s_1 = \frac{1}{2}$ , tiếp tục chia hình vuông ta được diện tích các phần tô màu lần lượt là các số hạng của

cấp số nhân:  $\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots$  Từ đó ta có:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots = 1.$$

Trong ba tình huống trên, HS được dự đoán tổng của một cấp số nhân bằng hình học, hiểu rõ hơn bản chất của vấn đề, sau đó có thể cho các em kiểm tra lại kết quả của TG bằng việc sử dụng công thức tổng quát.

\*\*\*

Theo định hướng phát triển năng lực người học trong dạy học hiện nay, ngoài kiến thức và kĩ năng cần cung cấp cho HS, GV cần xác định một trong những mục tiêu dạy học là phát triển tư duy, khả năng sáng tạo, hiểu được bản chất của kiến thức, biết vận dụng vào giải quyết vấn đề học tập và thực tiễn. Việc thiết kế các tình huống phát triển tư duy, TG toán học cho HS như thế nào là vấn đề mà chúng tôi sẽ tiếp tục nghiên cứu trong thời gian tới. □

#### Tài liệu tham khảo

- [1] Dina Tirosh and Pessia Tsamir (2014). *Intuition in Mathematics Education*. Encyclopedia of Mathematics Education, pp 325-330.  
 [2] E.Fischbein (1987). *Intuition in Science and Mathematic An Educational Approach*. D.Reidel Publishing Company.

[3] R.L.Wilder (1967). *The role of Intuition*. Science, vol. 156, No 3775, pp. 605-610.

[4] Virginia M.Jagla (1994). *Teachers' Everyday use of Imagination and Intuition: In Pursuit of the Elusive Image*. State University of New York Press.

[5] Nguyễn Văn Lộc (1997). *Tư duy và hoạt động tư duy toán học*. Trường Đại học Vinh.

[6] Phạm Gia Đức - Phạm Đức Quang (2005). *Đổi mới Phương pháp dạy học môn Toán trung học cơ sở nhằm hình thành và phát triển năng lực sáng tạo cho học sinh*. NXB Đại học Sư phạm.

[7] Hoàng Phê (1988). *Từ điển tiếng Việt*. NXB Khoa học xã hội Hà Nội.

[8] Leone Burton (1999). *Why is Intuition so important to Mathematicians but missing from Mathematics Education? For the Learning of Mathematics*, Vol. 19, No. 3, pp. 27-32, Published by: FLM Publishing Association.

[9] Iu.M.Koliagin và các tác giả khác (1978). *Phương pháp giảng dạy Toán ở trường phổ thông*. NXB Giáo dục Matxcova.

[10] Đoàn Quỳnh (tổng chủ biên) - Nguyễn Huy Đoan (chủ biên) (2008). *Đại số và Giải tích 11 nâng cao*. NXB Giáo dục.

## Xây dựng một số chủ đề tích hợp...

(Tiếp theo trang 58)

trình **Sinh học 11** và đã tổ chức dạy học 02 trong 03 CĐ đó ở Trường THPT Yên Viên, quận Long Biên, TP. Hà Nội cho thấy, thông qua việc xây dựng và tổ chức dạy học CĐTH, HS vừa lĩnh hội kiến thức môn học, đồng thời phát triển đđuyê được các năng lực như năng lực hợp tác, năng lực tự học, đặc biệt là năng lực giải quyết vấn đề thực tiễn. □

#### Tài liệu tham khảo

- [1] Đỗ Xuân Hội - Mai Thị Đắc Khuê (2012). *Tổng quan về khai triển các chủ đề hội tụ trong chương trình dạy học và sách giáo khoa tại Pháp*. Kí yếu Hội thảo khoa học Dạy học tích hợp - Dạy học phân hóa trong chương trình giáo dục phổ thông, Bộ GD-ĐT.  
 [2] Nguyễn Kim Hồng - Huỳnh Công Minh Hùng (2013). *Dạy học tích hợp trong trường phổ thông Australia*. Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm TP. Hồ Chí Minh, số tháng 4/2013, tr 7-17.  
 [3] Nguyễn Kỳ Loan (2016). *Giáo dục bảo vệ môi trường trong dạy học sinh học 6*. Luận án tiến sĩ Khoa học Giáo dục, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội.  
 [4] Đỗ Hương Trà (chủ biên) - Nguyễn Văn Biên - Nguyễn Công Khanh - Nguyễn Vũ Bích Hiền - Trần Trung Ninh - Trần Khánh Ngọc (2015). *Dạy học tích hợp phát triển năng lực* (Quyển 1 - Khoa học tự nhiên). NXB Đại học Sư phạm.  
 [5] UNESCO (1979). *New trends in integrated science teaching*. Volume IV, V, published by the United Nations.