

DOI:10.22144/ctu.jvn.2019.004

## ÁP DỤNG HỆ NAVIER-STOKES TRONG NGHIÊN CỨU ẢNH HƯỞNG CỦA TỪ TRƯỜNG LÊN SỰ ĐỔI LƯU NHIỆT CỦA DUNG DỊCH SẮT TỪ

Đỗ Thị Kim Thoàn\*, Phạm Gia Khánh và Lê Phương Thảo

Khoa Sư phạm, Trường Đại học Cần Thơ

\*Người chịu trách nhiệm về bài viết: Đỗ Thị Kim Thoàn (email: dtkthoan@ctu.edu.vn)

### Thông tin chung:

Ngày nhận bài: 25/06/2018

Ngày nhận bài sửa: 24/08/2018

Ngày duyệt đăng: 27/02/2019

### Title:

Application of Navier – Stokes system of equations in study on the influence of magnetic field on thermoconvection of ferrofluids

### Từ khóa:

Hệ Navier – Stokes, hệ số Landau, hệ số Nusselt, truyền nhiệt

### Keywords:

Heat transfer, Landau constant, Navier – Stokes system, Nuselt number

### ABSTRACT

This study is devoted to evaluating the effect of magnetic field on thermoconvection in a layer of ferrofluids. The linear and weakly nonlinear flow stability analyses that are presented here illustrate an intricate interplay between thermogravitational and thermomagnetic mechanisms of convection in one of the practically important geometrical setups, an inclined fluid layer heated from below. The low-dimensional amplitude evolution equations of Landau type are derived to model the physical phenomena of interest. The solutions of the so-obtained dynamical system show that the application of magnetic field can indeed trigger convection in regimes where natural convection cannot exist, thus enhancing heat transfer.

### TÓM TẮT

Nghiên cứu này nhằm đánh giá sự ảnh hưởng của từ trường lên sự đối lưu nhiệt trong một rãnh chứa chất lỏng sắt từ. Giải tích tuyến tính và phi tuyến được sử dụng nhằm khảo cứu sự tương tác giữa trọng lực và từ trường trong mô hình rãnh chất lỏng nghiêng được cấp nhiệt từ bên dưới. Mô hình xấp xỉ Landau được xây dựng để khảo sát các hiện tượng vật lý. Nghiệm của bài toán hệ động lực chỉ ra rằng từ trường đã giúp đối lưu nhiệt xảy ra ngay cả khi đối lưu tự nhiên không tồn tại và do vậy đã làm tăng khả năng truyền nhiệt.

Trích dẫn: Đỗ Thị Kim Thoàn, Phạm Gia Khánh và Lê Phương Thảo, 2019. Áp dụng hệ Navier-Stokes trong nghiên cứu ảnh hưởng của từ trường lên sự đối lưu nhiệt của dung dịch sắt từ. Tạp chí Khoa học Trường Đại học Cần Thơ. 55(1A): 32-38.

## 1 GIỚI THIỆU

Chất lỏng sắt từ (FFs) là dung dịch nhân tạo chứa các phần tử kích thước nanomet có khả năng từ hoá mạnh. Dòng của FFs có thể được điều khiển gián tiếp bằng cách sử dụng một từ trường ngoài. Vì thế, FFs có thể sử dụng như dung dịch truyền nhiệt khi sự đối lưu gây ra bởi trọng lực (đối lưu tự nhiên) bị triệt tiêu trong các hệ thống tản nhiệt siêu nhỏ. Finlayson (1970) đã nghiên cứu bài toán ổn định tuyến tính của dòng cơ bản của một rãnh nằm ngang chứa chất lỏng sắt từ trong trường hợp có sự tác

động của từ trường ngoài vuông góc với rãnh. Suslov (2008) đã nghiên cứu các biên tới hạn và tính chất vật lý của chúng trong bài toán ổn định của dòng cơ bản trong rãnh đứng chứa FFs khi từ trường tác động vuông góc lên rãnh. Rahman and Suslov (2016) đã khảo cứu mô hình giống như Suslov (2008) nhưng trong trường hợp từ trường

ngiêng một góc tùy ý lên rãnh chất lỏng và cho bài toán ổn định tuyến tính. Pham (2018) đã nghiên cứu bài toán ổn định tuyến tính và phi tuyến của dòng cơ bản trong một rãnh chứa FFs nghiêng một

góc tùy ý đối với chiều ngang và từ trường tác động nghiêng một góc tùy ý đối với rãnh chất lỏng. Dựa trên bản chất vật lí của sự đối lưu được nêu trong Pham (2018), bài báo đã khảo cứu tính chất trao đổi nhiệt thông qua tính toán giá trị của hệ số Nusselt trong hai trường hợp có từ trường và không có từ trường nhằm tìm ra sự ảnh hưởng của từ trường lên quá trình đối lưu nhiệt. Bài báo bao gồm bốn mục. Mục 1 giới thiệu tổng quan về một số công trình nghiên cứu liên quan và mô hình toán học. Mục 2 trình bày về dòng cơ bản. Mục 3 giới thiệu về giải thuật khảo sát tính ổn định của dòng cơ bản. Kết quả tính toán và thảo luận được trình bày trong mục 4.

Mô hình hai đĩa phẳng song song mở rộng vô tận làm từ vật liệu không bị từ hóa được khảo cứu (Hình 1). Khe rỗng giữa hai đĩa chứa đầy chất lỏng sắt từ và tạo thành một góc nghiêng  $\varepsilon$  so với chiều ngang. Khoảng cách giữa hai đĩa phẳng là  $2d$  và được duy trì ở hai nhiệt độ khác nhau  $T_* \pm \Theta$ . Một lực từ trường ở bên ngoài  $\vec{H}^e$  thỏa  $|\vec{H}^e| = H^e$  tác động lên rãnh chất lỏng. Từ trường ngoài cảm sinh từ trường trong  $\vec{H}$  thỏa  $|\vec{H}| = H$  tồn tại bên trong FFs. Độ từ hóa của FFs là  $\vec{M}$  thỏa tính chất  $\vec{M} = \chi_* \vec{H}$  với  $|\vec{M}| = M$  và  $\chi_*$  là độ cảm từ tích phân của FFs. Hệ trục tọa độ  $(x, y, z)$  được chọn sao cho hai đĩa phẳng nằm tại  $x = \pm d$ , trục  $y$  và trục  $z$  song song với các đĩa phẳng. Giả thiết sự chênh lệch nhiệt độ giữa hai đĩa phẳng  $2\Theta$  tương đối nhỏ, chúng ta áp dụng xấp xỉ Boussinesq cho phương trình vật chất (phương trình được suy ra từ phương trình bảo toàn vật chất). Hệ phương trình Navier-Stokes và phương trình nhiệt lượng được viết dưới dạng tổng quát tương tự như các mô hình đã công bố trong Finlayson (1970), Suslov (2008), Rahman and Suslov (2016).

Bốn hệ số không thứ nguyên quan trọng chứa tỉ lệ giữa các đại lượng vật lí xuất hiện trong các phương trình (1-8)

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = -\nabla P + \nabla^2 \vec{v} - Gr\theta \vec{e}_g - Gr_m \theta \nabla H, \tag{2}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \theta = \frac{1}{Pr} \nabla^2 \theta, \tag{3}$$

$$\nabla \times \vec{H} = 0, \tag{4}$$

$$(1 + \chi)(\nabla \cdot \vec{H} - \nabla \theta \cdot \vec{e}_H) + \frac{(\chi_* - \chi)N - (1 + \chi)\theta}{H} (\nabla \cdot \vec{H} - \nabla H \cdot \vec{e}_H) = 0, \tag{5}$$

$$M = [\chi H + (\chi_* - \chi)N - (1 + \chi)\theta] \cdot \vec{e}_H \tag{6}$$

thỏa điều kiện biên

$$[(1 + \chi)(H \pm 1) + (\chi_* - \chi)N] \cdot \vec{e}_H - \vec{H}^e \cdot \vec{n} = 0, \tag{7}$$

$$\vec{v} = 0, \theta = \mp 1 \text{ khi } x = \pm 1. \tag{8}$$

Bốn hệ số không thứ nguyên quan trọng chứa tỉ lệ giữa các đại lượng vật lí xuất hiện trong các phương trình (1-8)

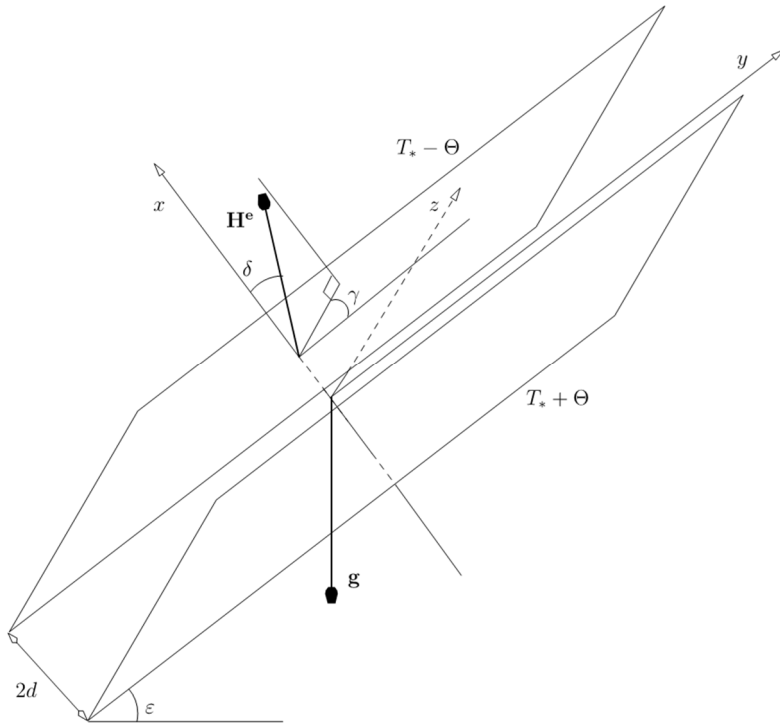
$$Gr = \frac{\rho_*^2 \beta_* \Theta g d^3}{\eta_*^2}, \quad Gr_m = \frac{\rho_* \mu_0 K^2 \Theta^2 d^2}{\eta_*^2 (1 + \chi)}, \quad Pr = \frac{\eta_*}{\rho_* \kappa_*},$$

$$N = \frac{H_* (1 + \chi)}{K \Theta}.$$

Hệ số Grashof trọng trường và từ trường  $Gr, Gr_m$  mô tả cho lực nâng và lực từ trường. Hằng số Prandtl  $Pr$  mô tả tỉ lệ giữa ma sát trong (tính nhớt) và hệ số khuếch tán nhiệt. Tham số  $N$  mô tả độ lớn của từ trường tại những điểm khảo cứu. Hệ số  $\rho_* = \rho(T_*)$  là mật độ chất lỏng tại nhiệt độ trung bình  $T_*$  và  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} H/m$  là độ từ thẩm. Hệ số khuếch tán nhiệt  $\kappa_*$ , hệ số động lực nhớt  $\eta_*$ , hệ số truyền nhiệt  $\beta_*$ , độ từ cảm vi phân  $\chi = \partial M / \partial H|_{(H_*, T_*)}$  và  $K = -\partial M / \partial T|_{(H_*, T_*)}$  của chất lỏng FFs không thay đổi khi xấp xỉ

Boussinesq được áp dụng. Vectơ trọng lực được xác định dưới dạng

$$\vec{g} = g \vec{e}_g = g(-\cos\varepsilon, -\sin\varepsilon, 0).$$



Hình 1: Mô hình hình học của rãnh nghiêng chứa chất lỏng sắt từ

2 DÒNG CHẢY CƠ BẢN

Từ hệ phương trình (1-8), nghiệm của dòng chảy cơ bản (nghiệm không phụ thuộc theo biến thời gian *t*) được xác định dưới dạng

$$\vec{v}_0 = (0, v_0(x), 0) \quad \theta_0 = \theta_0(x), \quad (10)$$

$$P_0 = P_0(x, y), \quad \vec{H}_0 = (H_{x_0}(x), H_{y_0}(x), H_{z_0}(x)). \quad (11)$$

Áp dụng điều kiện biên  $\theta_0 = \pm 1$  tại  $x = \mp 1$  trong (3), ta có

$$\frac{d^2 \theta_0(x)}{dx^2} = 0 \Rightarrow \theta_0(x) = -x. \quad (12)$$

Ký hiệu vectơ đơn vị  $\vec{e}_0(x) \equiv (e_{10}(x), e_{20}(x), e_{30}(x)) = (\frac{H_{x_0}}{H_0}, \frac{H_{y_0}}{H_0}, \frac{H_{z_0}}{H_0})$  theo phương của từ trường

$$H_0 \equiv \sqrt{H_{x_0}^2 + H_{y_0}^2 + H_{z_0}^2},$$

$$M_0 \equiv \sqrt{M_{x_0}^2 + M_{y_0}^2 + M_{z_0}^2},$$

và qui ước  $\frac{d}{dx} \equiv D$ . Từ phương trình  $\nabla \times \vec{H}_0 = 0$  dẫn tới

$$DH_{y_0} = 0, \quad (13a)$$

$$DH_{z_0} = 0, \quad (13b)$$

Do đó

$$DH_0 = \frac{H_{x_0}}{H_0} DH_{x_0} = e_{10}(x) DH_{x_0}, \quad (14)$$

và các điều kiện biên được biến đổi dưới dạng

$$\theta_0 = \pm 1, \quad H_{y_0} = H_y^e, \quad H_{z_0} = H_z^e, \quad (15)$$

$$(1 + \frac{M_0}{H_0}) H_{x_0} = H_x^e \text{ khi } x = \mp 1. \quad (16)$$

Sử dụng (2), ta có

$$0 = -\frac{\partial P_0}{\partial x} + Gr\theta_0(x)\cos\varepsilon - Gr_m\theta_0(x)DH_0, \quad (17a)$$

$$0 = -\frac{\partial P_0}{\partial y} + D^2v_0 + Gr\theta_0(x)\sin\varepsilon. \quad (17b)$$

Kết hợp (17a), (17b) và (12), dẫn đến

$$v_0 = \frac{Gr}{6}(x^3 - x)\sin\varepsilon + C(1 - x^2). \quad (18)$$

Do chất lỏng không thể thấm thấu qua hai bản phẳng nên  $\int_{-1}^1 v_0 dx = 0$ . Điều đó dẫn đến  $C=0$ . Do vậy, nghiệm ổn định (dòng chảy cơ bản) của hệ phương trình (1-8) được viết dưới dạng

$$\theta_0 = -x, (u_0, v_0, w_0) = (0, \frac{Gr}{6}(x^3 - x)\sin\varepsilon, 0), \quad (19)$$

$$P_0 = -\frac{Gr}{2}x^2\cos\varepsilon + Gr_m \int_0^x s e_{10}(s) DH_{x_0} ds + const. \quad (20)$$

$$((1 + \chi)(H_0 - \theta_0) + (\chi_* - \chi)N)H_{x_0} = H_x^e H_0. \tag{21}$$

Tiếp theo ta sẽ khảo cứu tính chất ổn định tuyến tính và phi tuyến của dòng chảy cơ bản trong mục 3.

### 3 GIẢI THUẬT KHẢO SÁT TÍNH ỔN ĐỊNH DÒNG CHẢY CƠ BẢN

Để khảo sát tính ổn định của dòng chảy cơ bản được thảo luận ở mục 2, ta sử dụng các đại lượng nhiễu động có cường độ nhỏ và tuần hoàn theo trục y và z. Bằng cách sử dụng phương pháp tách biến, các đại lượng nhiễu được viết dưới dạng

$$W = W_0(x) + [A_1 e^{\sigma_1 t + i(\alpha_1 y + \beta_1 z)} W_1(x) + A_2 e^{\sigma_2 t + i(\alpha_2 y + \beta_2 z)} W_2(x) + c.c.], \tag{22}$$

với  $\sigma_{1,2}$  tốc độ khuếch đại tuyến tính,  $\alpha_{1,2}$  và  $\beta_{1,2}$  là các số lượng sóng dọc theo hướng của hai trục y và z, c.c. kí hiệu cho liên hợp phức của các đại lượng chứa trong ngoặc. Định nghĩa, ý nghĩa vật lý và nguồn gốc lịch sử của biểu thức (22) (Drazin, 2002). Việc nghiên cứu lượng nhiễu ở dạng tổng quát (22) chứa hai đại lượng  $W_{1,2}$  giúp ta có thể khảo sát tính nhiễu ở hai dạng khác nhau, chẳng hạn như sự tương tác giữa sóng ngang và sóng dọc hoặc sự tương tác giữa các nhiễu được gây ra bởi các lực khác nhau. Cụ thể, trong bài báo này ta áp dụng cho các nhiễu được gây ra bởi từ trường ( $i=1$ ) với  $Gr_m=5$  và trọng trường ( $i=2$ ) khi  $Gr_m=0$ . Việc khảo sát sự ảnh hưởng của các đại lượng nhiễu trong nghiên cứu này được chia làm hai mức độ.

**Mức 1:** Biên độ của  $A_1, A_2$  rất nhỏ (rất gần 0). Việc khảo sát tính nhiễu được đưa về bài toán giải tích ổn định tuyến tính.

**Mức 2:** Biên độ của  $A_1, A_2$  nhỏ nhưng hữu hạn (không quá gần 0). Do hệ (1-8) là hệ phi tuyến, việc sử dụng khai triển các đại lượng nhiễu dựa trên (22) dẫn tới xuất hiện các phương trình chứa đại lượng

bậc cao của  $A_1, A_2$ . Việc chứng minh quá trình khai triển tương đối dài nên không được trình bày ở đây. Nội dung chứng minh chi tiết có thể xem trong Pham (2018). Kết quả khai triển dẫn tới hệ phương trình tương tác Landau giữa hai loại nhiễu

$$\frac{dA_1}{dt} = \sigma_1 A_1 + K_{11} A_1 |A_1|^2 + K_{12} A_1 |A_2|^2, \tag{23}$$

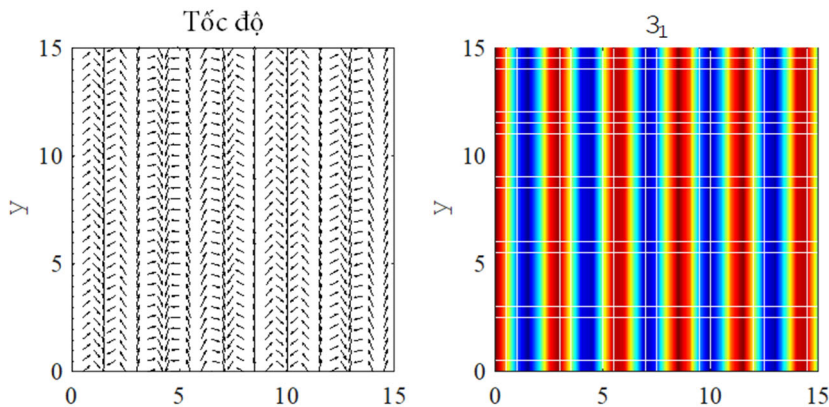
$$\frac{dA_2}{dt} = \sigma_2 A_2 + K_{21} A_2 |A_1|^2 + K_{22} A_2 |A_2|^2. \tag{24}$$

Các hệ số  $K_{11}$  và  $K_{22}$  được biết đến như là các hằng số Landau thứ nhất. Những hệ số này giúp xác định được tính chất bão hòa (siêu tới hạn hoặc dưới tới hạn) của FFs tương ứng với nhiễu loại 1 (gây ra bởi từ trường) và loại 2 (gây ra bởi trọng trường). Ngoài ra, các hệ số này còn giúp xác định được giá trị của biên độ cân bằng  $|A_{ei}| = \sqrt{-\frac{\sigma_i}{K_{ii}}}$ . Các hệ số  $K_{ij}, i \neq j$  mô tả mối liên hệ tương tác giữa hai loại. Nếu  $K_{ij} > 0$ , ta có loại nhiễu nhận năng lượng. Ngược lại, nếu  $K_{ij} < 0$ , ta có loại nhiễu cho năng lượng.

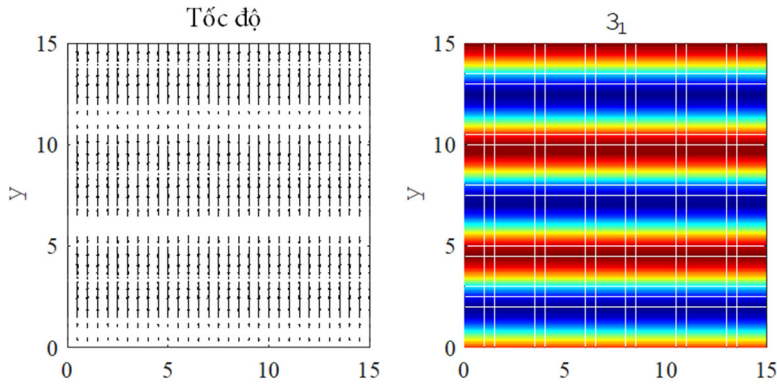
### 4 KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

Kết quả trình bày trong bài báo này được tính toán cho dung dịch sắt từ với dung môi là dầu ( $Pr = 55$ ) thỏa  $\chi = \chi_* = 3, N = 100$ , rãnh được nghiêng  $\varepsilon = 10^0$  so với mặt phẳng ngang và tính toán ở trường hợp không có từ trường khi  $Gr_m = 0$  và trường hợp rãnh chất lỏng bị ảnh hưởng bởi từ trường khi  $Gr_m = 5$ . Các biểu thức toán tử trong hệ (1-8) được rời rạc hóa dưới dạng các ma trận sau đó lập trình dưới dạng các script trong Matlab 2018. Các giải thuật tìm các giá trị tới hạn được đảm bảo sai số không vượt quá  $10^{-8}$  nhằm đảm bảo tính chính xác của các kết quả tính toán. Một số kết quả mới đã được tổng hợp, biểu diễn ở các hình và sẽ được thảo luận bên dưới.

#### 4.1 Kết quả của bài toán tuyến tính



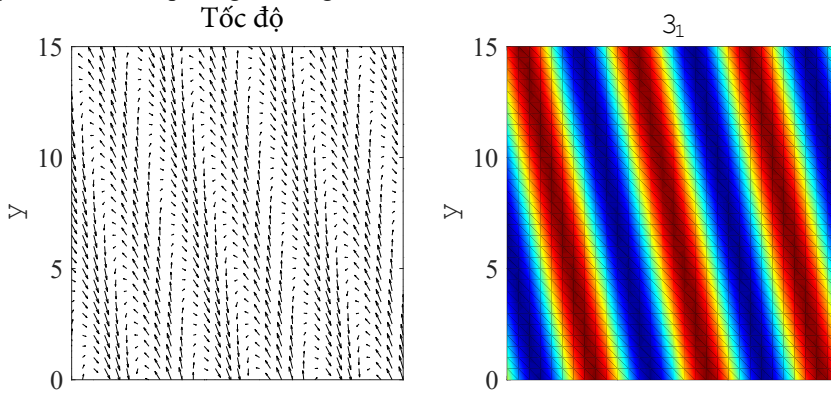
**Hình 2:** Sóng đứng. Hình trái mô tả thành phần lưu tốc và hình phải mô tả phân bố nhiệt độ bên trong rãnh tại mặt phẳng  $x=0.9$



Hình 3: Giống như Hình 2 nhưng cho sóng ngang

Bằng việc khảo sát bài toán ổn định tuyến tính (mức 1), ba dạng tiêu biểu của cấu trúc đối lưu được tìm thấy: sóng đứng (Hình 2) được sắp song song với trục  $y$ , sóng ngang (Hình 3) chuyển động dọc theo chiều  $y$  và sóng nghiêng (Hình 4) chuyển động theo cả chiều  $y$  và  $z$ , xem biểu đồ tốc độ bên trái Hình 4. Biên tới hạn (thỏa điều kiện  $\sigma^R = 0$ ) trong không gian tham số ba chiều ( $Gr, Gr_m, \varepsilon$ ) và các tính chất liên quan đã được nộp đăng để công bố ở

tạp chí khoa học về chuyên ngành động lực học chất lỏng nên không nêu lại ở đây. Kết quả toán học thể hiện ở Hình 2 đến Hình 4 cung cấp một trong những thông số quan trọng để phân biệt các loại sóng được gây ra bởi các lực khác nhau đó là số sóng. Việc so sánh thực hiện bằng việc so sánh số bước sóng (so sánh số “cuộn sóng” của phân bố nhiệt trong rãnh chất lỏng được thể hiện trong các biểu đồ bên phải trong các Hình 2, 3, 4.

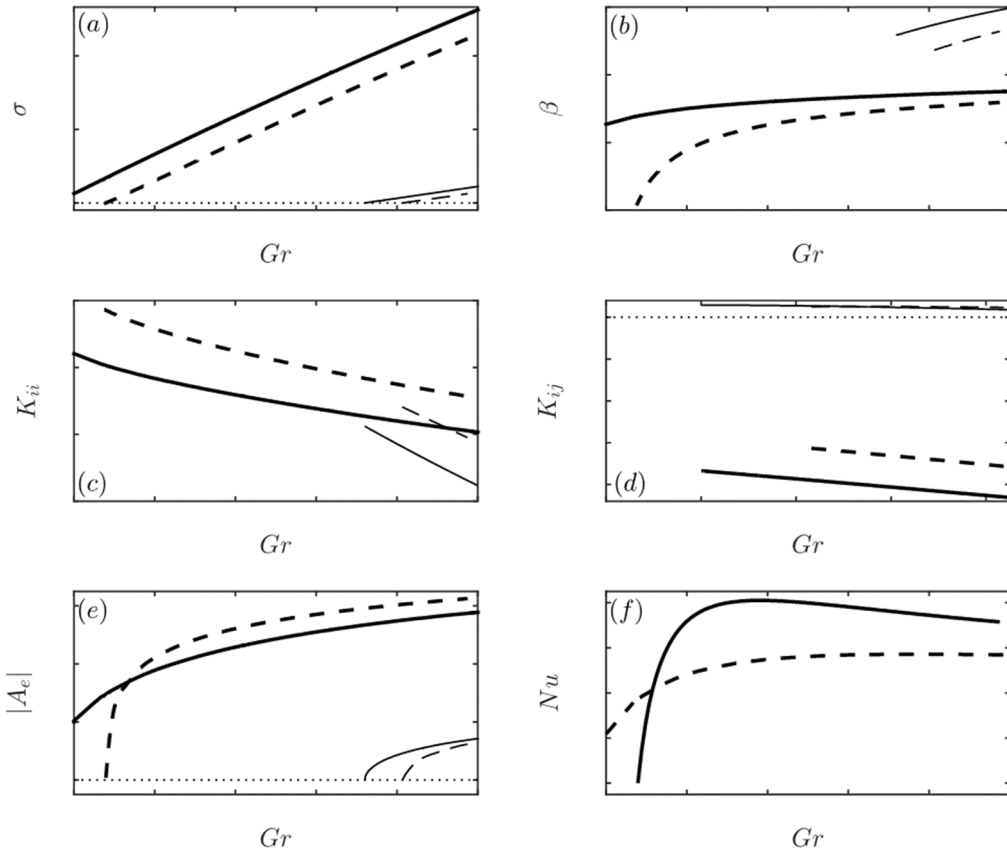


Hình 4: Giống như Hình 2 nhưng cho sóng nghiêng

**4.2 Kết quả của bài toán phi tuyến**

Từ hình 5(a) cho thấy đối lưu tự nhiên xảy ra dưới dạng các cuộn sóng không di chuyển (hay các xoáy đối lưu trong trường ổn định) và được sắp dọc theo phương của trục  $y$  chỉ khi hệ số Grashof vượt qua giá trị tới hạn  $Gr_c \approx 2.07$  (xảy ra khi tốc độ khuếch đại tuyến tính bắt đầu lớn hơn không, nghĩa là khi đường nét đứt bắt đầu nằm bên trên trục hoành). Ngược lại, trong trường hợp có từ trường tác động lên rãnh chất lỏng nghiêng, các cuộn xoáy đối lưu ổn định xuất hiện ( $\sigma > 0$ ) với mọi giá trị của  $Gr$  kể cả trong trường hợp  $Gr = 0$ , xem đường nét liền. Điều này có nghĩa đối lưu nhiệt vẫn có thể xảy ra trong trường hợp không có trọng lực. Các cấu trúc đối lưu được gây ra do từ trường và trọng lực được thể hiện ở sự khác biệt về số sóng  $\beta$ , hình 5(b): tại

thời điểm bắt đầu xuất hiện sự đối lưu tự nhiên (đường nét đứt) có số sóng nhỏ hơn hẳn số sóng tương ứng với đối lưu từ trường (đường liền). Khi giá trị  $Gr$  lớn dần lên (ảnh hưởng của trọng lực lên rãnh nghiêng lớn hơn), trong rãnh nghiêng xuất hiện lượng nhiều thứ hai (nhiều thứ cấp) với có chiều dài sóng ngắn hơn (được mô tả bởi các đường nét nhạt). Tuy nhiên, nhiều thứ cấp này có tốc độ khuếch đại nhỏ hơn hẳn giá trị tương ứng trong nhiều chính, xem giá trị  $\sigma$  trong Hình 5(a). Hơn nữa, bằng việc khảo sát dấu của các giá trị riêng của ma trận Jacobi cho thấy phần thực của các giá trị riêng tồn tại dương tại các điểm bão hòa (điểm bất động), điều này chứng tỏ điểm bất động của hệ động lực không ổn định. Vì thế, nhiều thứ cấp này không ảnh hưởng đến việc truyền nhiệt trong rãnh nghiêng.



**Hình 5: So sánh đối lưu tự nhiên và đối lưu gây ra bởi từ trường trong trường hợp rãnh nghiêng  $10^\circ$ : (a) tốc độ khuếch đại tuyến tính, (b) số sóng, (c, d) hệ số Landau, (e) biên độ cân bằng, (f) số Nusselt**

Bằng việc áp dụng khai triển giải tích phi tuyến, các giá trị của hệ số Landau thứ nhất được xác định. Hình 5(c) cho thấy các giá trị của hệ số Landau thứ nhất  $K_{11}$  và  $K_{22}$  mang giá trị âm đối với cả hai loại nhiễu 1 và 2. Điều này có nghĩa cả hai loại đối lưu đều là đối lưu siêu tới hạn vì thế các điểm khởi đầu xuất hiện đối lưu có thể được dự đoán chính xác thông qua giải tích tuyến tính. Trong khi đó, các hệ số đại diện cho sự tương tác của hai loại nhiễu  $K_{12}$  và  $K_{21}$  được biểu diễn trong Hình 5(d) có dấu trái ngược nhau, điều này có ý nghĩa vật lý như sau: nhiễu chính xuất hiện khi Gr nhỏ luôn chiếm ưu thế và đóng vai trò là loại nhận năng lượng. Mặc dù về mặt giá thiết, nhiễu thứ cấp có thể tồn tại và đạt được giá trị cân bằng  $|A_e|$  (xem các đường nét nhạt trong Hình 5(e)). Tuy nhiên các nhiễu thứ cấp bị lấy đi năng lượng và bị triệt tiêu bởi các nhiễu chính (đường nét đậm). Kết quả dẫn đến một kì vọng trong thực nghiệm đó là: trong trường hợp ở rãnh nghiêng ở góc nhỏ (chẳng hạn như nghiêng ở góc  $10^\circ$  được khảo cứu ở đây), cấu trúc của đối lưu chỉ được thể hiện bởi loại nhiễu chính với giá trị số sóng  $\beta$  biểu diễn bởi đường nét đậm trong Hình 5(b).

Từ đó, giá trị của hệ số Nusselt  $Nu$  (hệ số mô tả khả năng truyền nhiệt trong rãnh) được tính toán và dẫn đến tới một kết quả đáng ngạc nhiên. Đối lưu từ trường làm tăng khả năng truyền nhiệt trong môi trường không trọng lực (giao điểm của đường nét đứt với trục tung trong Hình 5(f) có tung độ lớn hơn 1). Khi cả hai lực gây ra bởi từ trường và trọng lực cùng tác động lên hệ đối lưu (trường hợp từ trường tác động lên rãnh nghiêng trong điều kiện có trọng lực) thì khả năng truyền nhiệt tổng hợp bị suy giảm so với trường hợp chỉ có trọng lực (đường nét đứt nằm bên dưới đường nét liền trong Hình 5(f) khi Gr tăng). Kết quả này là một chú ý quan trọng cần được lưu tâm quá trình thiết kế các hệ tản nhiệt dùng từ trường để điều khiển và hoạt động trong điều kiện có trọng lực.

### 5 KẾT LUẬN

Việc sử dụng kỹ thuật giải tích tuyến tính và phi tuyến đối với hệ Navier-Stokes áp dụng cho dòng FFs chứa trong rãnh nghiêng nhỏ đã chỉ ra rằng đối lưu nhiệt xảy ra trong FFs được khuếch đại nhờ sự tác động của từ trường trong điều kiện vô trọng lực. Tuy nhiên, khi cả hai lực cùng tác động lên hệ nghiêng, sự truyền nhiệt trong rãnh có khả năng bị

suy giảm. Những kết quả này có nhiều ý nghĩa trong các áp dụng trong kỹ thuật trong việc tiết kiệm thời gian thí nghiệm lẫn chi phí thực hiện các áp dụng đó. Những kết quả công bố trong bài báo này chỉ mới là một phần trong dự án nghiên cứu việc truyền tải nhiệt của FFs trong hệ rãnh nghiêng. Những kết quả liên quan khác sẽ lần lượt được công bố trên các tạp chí chuyên ngành. Các tác giả cũng dự kiến sẽ mở rộng nghiên cứu khảo sát FFs cho những ứng dụng khác, chẳng hạn như ứng dụng trong thiết bị điều khiển sự cân bằng cho xe ô tô.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- B. A. Finlayson, 1970. Convective instability of ferromagnetic fluids. *Journal of Fluid Mechanics*. 40(4): 753–767.
- K. G. Pham, 2018. Thermomagnetic convection in an inclined layer of ferromagnetic fluid. PhD thesis, Swinburne University of Technology, Hawthorn, Australia.
- H. Rahman and S. A. Suslov, 2016. Magneto-gravitational convection in a vertical layer of ferrofluid in a uniform oblique magnetic field. *Journal of Fluid Mechanics*. 795: 847–875.
- S. A. Suslov, 2008. Thermo-magnetic convection in a vertical layer of ferromagnetic fluid. *Physic of Fluids*. 20: 084–101.
- P. G. Drazin, 2002. *Introduction to Hydrodynamic Stability*. Cambridge University Press, United Kingdom, 259 pages.