

# Từ lịch sử hình thành phát triển tới kịch bản dạy học chủ đề ba đường Conic theo định hướng Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018

Trần Cường

Email: trancuong@hnu.edu.vn  
 Trường Đại học Sư phạm Hà Nội  
 136 Xuân Thủy, Cầu Giấy, Hà Nội, Việt Nam

**TÓM TẮT:** Ba đường Conic (3c) là chủ đề tăng cường trở lại chương trình Toán phổ thông sau hàng chục năm được giảm nhẹ. Bài báo nhằm cung cấp một cái nhìn toàn cảnh về nội dung tri thức, hỗ trợ sinh viên sư phạm Toán và giáo viên trung học phổ thông có sự chuẩn bị tốt hơn cho việc triển khai Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018. Tác giả trình bày về lịch sử hình thành phát triển của 3c, sơ lược quá trình chuyển hoá sư phạm tri thức với những lưu ý về vài điểm đứt gãy đáng chú ý, từ đó đề xuất một phương án dạy học 3c theo định hướng phát triển năng lực học sinh.

**TỪ KHÓA:** Ba đường Conic, kịch bản dạy học, Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018.

→ Nhận bài 23/6/2021 → Nhận bài đã chỉnh sửa 26/8/2021 → Duyệt đăng 15/01/2022.

DOI: <https://doi.org/10.15625/2615-8957/12210103>

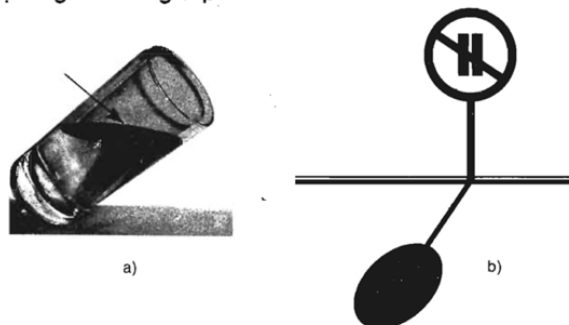
## 1. Đặt vấn đề

Cuối năm 2020, trong ba đợt tập huấn chuyên môn liên tiếp do Sở Giáo dục một tỉnh phía Nam đặt hàng tổ chức cho giáo viên (GV) Toán cấp Trung học phổ thông (THPT) tại địa bàn tỉnh, “nóng” nhất lại là chủ đề cũ mà mới: Dạy học ba đường Conic. Cũ vì 3c đã từng được đưa vào sách giáo khoa (SGK) Toán THPT (Bộ Thí điểm phân ban, ban A, thực hiện năm 1997) và mặc dù đã được tinh giản nhiều nhưng vẫn chiếm một dung lượng đáng kể trong sách giáo khoa (SGK) chính lí hợp nhất theo chương trình (CT) 2006. Mới vì CT 2018 đưa trở lại tới 2 chủ đề ở lớp 10 (một bắt buộc, một tự chọn) với một số yêu cầu cần đạt (YCCĐ) khá mới mẻ, gây cảm giác e ngại cho một bộ phận không nhỏ GV phổ thông. Trong quá trình chuẩn bị tài liệu và trực tiếp lên lớp tập huấn, tác giả nhận thấy một bộ phận không nhỏ học viên phải tiếp cận lại 3c. Đơn cử, ngay hình vẽ mở đầu trong SGK Hình học 10 ban Cơ bản (xem Hình 1): 1/ Không thầy cô nào giải thích được chính xác tại sao vệt nước in trên thành cốc nghiêng lại có hình dạng một đường ellipse; 2/ Không thầy cô nào lập đúng mô hình, phân biệt được sự khác nhau giữa hai mô hình toán học ở hình 3.18a với hình 3.18b (xem Hình 1); 3/ Gần như không thầy cô nào nhận biết sự đứt gãy khi đột ngột chuyển từ mô hình không gian dùng để gọi động cơ từ trang 84 sang định nghĩa “hoàn toàn phẳng” ngay ở trang 85.

Từ tháng 02 năm 2016 đến nay, mỗi khi dạy tại khoa Toán Tin Trường Đại học Sư phạm (ĐHSP) Hà Nội, một học phần liên quan tới Dạy học Toán (cho cả đối tượng sinh viên năm thứ ba, năm thứ tư và học viên cao học),

## §3. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG ELIP

### 1. Định nghĩa đường elip



Ngay sau khi dùng hình này “Mở bài”, ở SGK tr. 85 lập tức nêu định nghĩa phẳng: “Ellipse là tập hợp các điểm có tổng khoảng cách tới hai điểm cho trước bằng một hằng số”. Cả về phương diện Toán học và dạy học đều tồn tại vấn đề:

1/ Các hình 3.18a và 3.18b có thật sự mô hình hình học của đường ellipse, theo định nghĩa nguyên thủy trong không gian? Mô hình không gian và mô hình phẳng có trùng nhau hay không?

2/ Nếu “có”, làm thế nào mà “dùng một cái” SGK có thể đưa ra một định nghĩa hoàn toàn trong mặt phẳng, không hề thấy bóng dáng của mặt nón tròn xoay?

Hình 1: Chụp từ SGK Hình học 10, ban Cơ bản, NXB Giáo dục 2019

tác giả luôn nêu câu hỏi này. Kết quả cho thấy, số người có câu trả lời (phần nào) chấp nhận được rất ít, mặc dù họ đã học các đường bậc hai trong phần Hình học giải tích ở năm thứ nhất. Thống kê sơ bộ theo lịch giảng dạy lưu trữ trên hệ thống quản lí giờ giảng của Trường Đại học Sư

phạm (ĐHSP) Hà Nội, trung bình mỗi năm từ 100 đến 150 sinh viên - học viên đã được hỏi.

Thực trạng này có thể liên quan tới nhiều nguyên nhân: Chẳng hạn, do yêu cầu của CT 2006 cũng như khuôn khổ hạn hẹp về thời gian đào tạo ở trường ĐHSP, giáo trình *Phương pháp dạy học các nội dung cụ thể* chỉ có thể đề cập rất sơ lược về chủ đề 3c với hai chú ý nhỏ về tính giảm tải của nội dung [1].

Bartolini Bussi M.-G. [2] nghiên cứu nội dung Giao tuyến Conic cả về phương diện lịch sử và sự phạm để khẳng định: Tri thức hiện nay là kết quả tìm tòi, nghiên cứu, phát triển lâu dài, ghi dấu ấn lịch sử toán học trong từng thuật ngữ, cách đặt vấn đề, phương tiện biểu diễn, quy tắc hành động,... Sẽ không khả thi nếu muốn giúp người học kiến tạo được vững chắc tri thức với đầy đủ ý nghĩa của nó nếu chỉ dạy theo cách tiếp cận hoàn toàn đại số.

Trong nghiên cứu thực nghiệm của Tuba và Aytaç [3] trên 40 sinh viên Sư phạm Toán ở Trường Đại học Anadolu (Thổ Nhĩ Kỳ) phân tích dữ liệu cho thấy, trong chủ đề Giao tuyến Conic, những người tham gia hầu như không gặp khó khăn sai lầm về mặt cú pháp (thực hiện các tính toán đại số), ngược lại, rất lúng túng về phương diện ngữ nghĩa, (nắm vững ý nghĩa hình học). Triển vọng giúp sinh viên khắc phục nhược điểm nếu sử dụng phần mềm toán học động GeoGebra.

Gần đây nhất, Pantazi A., Doukakis S [4] thiết kế một kịch bản 4 giờ dạy học đường ellipse dựa trên một số thành tựu nghiên cứu về thần kinh học và nguyên tắc hướng dẫn khác biệt. Kịch bản có sử dụng nhiều công cụ biểu diễn khác nhau hỗ trợ triển khai bối cảnh giảng dạy khác biệt cùng với nhiều hoạt động đa dạng, bắt nguồn từ thực tiễn. HS có cơ hội khám phá, thử nghiệm, làm việc hợp tác, học theo tiến độ và con đường riêng trong bối cảnh giảng dạy cá nhân hoá.

Nhằm góp phần hỗ trợ sinh viên sư phạm Toán và GV ở THPT chuẩn bị tốt nhất cho việc triển khai CT 2018, tác giả đã tiến hành nghiên cứu lí luận (chủ yếu là so sánh quốc tế) và tổng kết kinh nghiệm, từ đó tập hợp

một số kết quả ban đầu trong ba mục sau:

Mục 2.1. trình bày một cách có hệ thống về lịch sử hình thành phát triển của 3c, dựa trên một số tài liệu chuyên khảo kinh điển như Besant (1895) [5], Baker (1906) [6], Coolidge (1968) [7], Glaeser et al (2016) [8] cùng Tuyển tập các bài toán của P.-H. Khải, N.-Đ. Phương (2001) [9];

Mục 2.2., thuật lại quá trình chuyển hoá sự phạm tri thức Toán học về 3c tới CT Toán THPT, có chỉ ra một số điểm đứt gãy đáng chú ý.

Cuối cùng, dựa vào cơ sở cả về mặt lịch sử và mặt sự phạm về tri thức 3c đã tìm hiểu, mục 2.3. trình bày đề xuất một kịch bản dạy học Chủ đề 3c theo hướng tiếp cận phát triển phẩm chất và năng lực người học. Việc này có thể là một cách làm tương tự với cách của Bussi (2005) [2] và Pantazi - Doukakis (2020) [4], có tham khảo cách trình bày của Fatade et al. (2011) [10] nhằm làm sáng tỏ để hỗ trợ người học về mặt ngữ nghĩa của tri thức, góp phần cải thiện động cơ và chất lượng học tập 3c.

## 2. Nội dung nghiên cứu

### 2.1. Lịch sử và nghĩa của tri thức

#### 2.1.1. Mặt ngữ nghĩa của 3c

Từ Conic có gốc tiếng Hi Lạp cổ *kōnos* nghĩa là hình nón: Conic là giao tuyến của một mặt nón tròn xoay với một mặt phẳng. Gọi tên mặt nón tròn xoay ( $\mathcal{N}$ ) có đỉnh  $J$ , đường sinh  $\ell$ , trục  $\delta$ , mặt phẳng sinh giao tuyến là ( $P$ ), còn bản thân giao tuyến là ( $C$ ), Bảng 1 tổng kết các trường hợp của đường cong ( $C$ ) là giao tuyến giữa ( $P$ ) và ( $\mathcal{N}$ ).

Tên riêng của mỗi đường Conic cũng như hầu hết các thuật ngữ khoa học khác, được ghi lại từ tiếng Hi Lạp cổ, qua tiếng latin rồi tới các ngôn ngữ phổ biến ngày nay (tiếng Anh, Pháp), cả ba còn giữ nét nghĩa thể hiện nguồn gốc. Theo Từ điển trực tuyến <https://www.etymonline.com/> của tác giả Douglas A. Harper:

$\pi\alpha\rho\alpha\beta\omicron\lambda\eta$  (*parabolé*) (a: Parabola, p: Parabole, v: Parabol): “đổi chiều, so sánh” (chung với từ *parallel*);

**Bảng 1: Phân loại thiết diện Conic**

$(P)$ đi qua $J$		$(P)$ không đi qua $J$			
$J$ là điểm chung duy nhất	Còn những điểm chung khác $J$	$(P)$ song song với một đường sinh nào đó của $(\mathcal{N})$	$(P)$ không song song với bất kì đường sinh nào của $(\mathcal{N})$		
Tất cả các điểm chung thẳng hàng với $J$	Có ít nhất 3 điểm chung không thẳng hàng	$(P)$ chỉ gặp một nửa nón	$(P)$ chỉ gặp cả hai nửa nón		
Điểm	Đường thẳng	Cặp đường thẳng cắt nhau	Parabola	Ellipse	Hiperbola
$J$	$(P)$ và $(\mathcal{N})$ tiếp xúc tạo ra đường thẳng	tại $J$	1 tiêu điểm, 1 đường chuẩn, $e = 1$	2 tiêu điểm, 2 đường chuẩn, $e < 1$	2 tiêu điểm, 2 đường chuẩn, $e > 1$

ἔλλειψις (*ellipse*) (a, p: Ellipse, v: Elip): “a falling short, deficit”: “cắt ngắn, cắt hụt” chỉ loại thiết diện ở góc độ này có khả năng cắt được một nửa nón ra một phần “cụt”, *giới nội*:

ὑπερβολή (*hyperbolé*) (a: Hiperbola, p: Hiperbole, v: Hipebol): “huper”: lên trên, “ballein” là “ném”: “ném” một đường cắt lên nửa trên của nón. Tác giả Hoàng Xuân Hãn [11] đã chọn *phương sách* phiên âm cho cả ba từ tiếng Pháp conique, parabole và Hiperbole (riêng ellipse được chuyển ngữ thành *hình bầu dục* nhưng do không đồng bộ, tài liệu phổ thông tiếng Việt hiện nay ít dùng). Do có gốc tiếng Pháp nên cách đọc viết trong tiếng Việt ngày nay hơi khác phiên âm quốc tế từ tiếng Anh.

### 2.1.2. Quá trình hình thành và phát triển

Các đường Conic đã được phát hiện và bàn luận sâu sắc từ thời Hi Lạp cổ (trước thế kỉ V). Tới thời Trung cổ, Toán học bị “thất sủng” ở Châu Âu, nhiều tài liệu tiếng Hi Lạp vẫn được lưu truyền và dịch sang tiếng Ả Rập, được các nhà toán học Hồi giáo tiếp tục nghiên cứu, phát triển. Tới thế kỉ XVII, chủ đề giao tuyến mới “nóng” trở lại ở Châu Âu cùng sự kiện trọng đại bậc nhất trong lịch sử khoa học: thuyết Địa tâm của Nhà Thờ bị tấn công. Quá trình này có nhiều gián đoạn theo thời gian, có lẽ vì người ta rất khó thấy được những ứng dụng thực tiễn của 3c, nhất là khi các ngành khoa học,

công nghệ và kĩ thuật không theo kịp trí tưởng tượng của các nhà toán học. 3c là một trong những ví dụ hùng hồn nhất minh chứng cho vai trò dẫn đường của toán học: Một tri thức được ra đời hoàn toàn từ nhu cầu của nội bộ Toán học, hàng ngàn năm sau mới thể hiện rõ giá trị thực tiễn.

Do gắn kết trực tiếp với CT phổ thông, các đường bậc hai được dạy một cách hệ thống cho sinh viên ngành Toán trong trường ĐHSPT ở nước ta, ở môn Hình học giải tích.

### 2.2. Chuyển hoá sự phạm tri thức ba đường Conic

Chuyển hoá, hay chuyển vị sự phạm (transposition didactique, [12], 1985), một khái niệm trung tâm của lí thuyết tình huống (Théorie des Situations) là quá trình kiến thức được gọt giũa, điều chỉnh từ tri thức khoa học, tri thức CT, tới tri thức dạy học và cuối cùng trở thành kiến thức của người học. Ba đường Conic đã từng xuất hiện lần đầu tiên một cách tương đối đầy đủ trong CT thí điểm phân ban (ban A) năm 1997, được giảm tải (chỉ còn ellipse trong Bộ SGK cơ bản, còn ellipse và Hiperbola ở bộ SGK Nâng cao) ở CT 2006 và nay được đưa trở lại trong (CT 2018), [13] với hai chủ đề dành cho lớp 10 là: 3c trong mặt phẳng tọa độ và ứng dụng; 3c và ứng dụng (chuyên đề tự chọn).

Rà soát lại CT 2006 hiện hành, có thể nói việc xây dựng 3c tương đối phù hợp với tiến trình hình thành và

**Bảng 2: Liệt kê một số sự kiện chính trong lịch sử phát triển của 3c**

Thế kỉ	Tác giả, tác phẩm	Kết quả, đóng góp
-IV	Menaechmus, Luận văn thất lạc, chỉ thấy trong trích dẫn thứ cấp	- Các đường cong còn chưa được đặt tên - Mới đề cập tới trường hợp đặc biệt, góc ở đỉnh của nón bằng $90^\circ$ . - Xét góc giữa mặt phẳng với đường sinh tính về phía đỉnh: góc nhọn sinh ra ellipse, góc vuông sinh ra parabola và góc tù sinh ra (một phần) của Hiperbola.
-III	Euclid,	Bốn cuốn sách (đã thất lạc) về Conic.
-III	Archimedes, On Conoids and Spheroids	Diện tích của hình viên phân parabola.
-II	Apollonius, Conics section	- Định nghĩa đầy đủ, hệ thống 4 đường (kể cả đường tròn). - Đặt tên gọi theo sách của Pythagoras?
IV	Pappus	- Định nghĩa rõ tiêu điểm, đường chuẩn. - Rõ ràng hơn về parabola.
X	Al-Kuhi	- Công cụ, phương pháp vẽ Conic trên mặt phẳng.
XI	O. Khayyam	- Ứng dụng của các đường Conic để tìm nghiệm của phương trình (PT) bậc ba.
XVII	J. Kepler, Epitome astronomiae Copernicanae	- Thuật ngữ foci để chỉ tiêu điểm. - Tâm của Mặt trời ở vị trí tiêu điểm của quỹ đạo ellipse của tất cả các hành tinh trong Hệ.
XVII	G. Desargues B. Pascal	Định lí Hình sáu cạnh thần kì: Nếu hình lục giác nội tiếp một Conic thì giao điểm của ba cặp cạnh đối diện luôn thẳng hàng.
XVII	P. de Fermat, R. Descartes J. Wallis,	Tractatus de sectionibus Conicis - Hình nón là mặt bậc hai trong $\mathbb{R}^3$ .
XVII	J. de Witt, Elementa Curvarum Linearum	- Conic là đường bậc hai trong mặt phẳng. - Thuật ngữ đường chuẩn.

phát triển của tri thức, nhưng còn có một số điểm đứt gãy khó tránh khỏi. Chẳng hạn, ở Hình 1, riêng câu hỏi: (1) Đã cần tới những kiến thức vượt CT phổ thông mới trả lời được. HS có thể không tinh tường, hoặc không dám thắc mắc nhưng một người GV Toán được đào tạo bài bản cần phải *nhận ra* và *giải thích được*. Trong lịch sử, Conic được tìm ra với tư cách là *giao tuyến của mặt nón với mặt phẳng*. Để thuận tiện cho việc nghiên cứu các tính chất, qua hàng chục thế kỉ, các nhà toán học đã lần lượt: (1) Đưa Conic về trong mặt phẳng sinh ra giao tuyến; (2) Trang bị một hệ trục tọa độ thích hợp để có các *PT chính tắc*; (3) Cuối cùng, tìm cách thông nhất hoá trở lại, đi tìm dạng chung cho PT 3c trong mặt phẳng tọa độ.

**Bước 1.** Từ định nghĩa *giao tuyến mặt nón* tới định nghĩa *tập hợp điểm trong mặt phẳng*

Để thực hiện bước này, người ta dùng một số mặt cầu đặc biệt gọi là *mặt cầu Dandelin*, tiếp xúc đồng thời với mặt nón tròn xoay ( $\mathcal{N}$ ) và mặt phẳng (P) (xem Hình 2. Hình động với hiệu ứng không có thể xem tại <https://bit.ly/2U0Jl1O>). (Những) điểm tiếp xúc của (các) mặt cầu Dandelin với mặt phẳng nói trên chính là tiêu điểm F (nếu có,  $F'$ ), giao tuyến giữa (P) với mặt phẳng tạo bởi đường tròn sinh ra khi (các) mặt cầu tiếp xúc với nón là (các) *đường chuẩn*  $\Delta$  (nếu có,  $\Delta'$ ). Ta có:

**Định lí 1.** (Bài toán Dandelin) Với mọi điểm  $M$  trên ( $\mathcal{C}$ ):

(1) Tỉ số  $\frac{MF}{d(M,\Delta)}$  luôn bằng một hằng số  $e$  không đổi gọi là *tâm sai* của Conic. Khi  $e < 1$  ta có đường ellipse,  $e = 1$  là parabola và  $e > 1$  ta nhận được đường Hiperbola ( $e$  là viết tắt của từ *eccentricity* - độ lệch tâm).

(2) Nói riêng khi  $e \neq 1$ ,  $|MF \pm MF'|$  là một hằng số bằng độ dài đoạn đường sinh của nón bị chặn giữa hai mặt cầu Dandelin (dấu cộng ứng với ellipse, dấu trừ cho Hiperbola).

**Chú ý.** Trong trường hợp của đường ellipse, kết luận

thứ hai trong định lí vẫn đúng nếu thay mặt nón tròn xoay bởi mặt trụ tròn xoay, và *phải đến đây* ta mới có mô hình *vết nước trên thành chiếc cốc nghiêng*. Cái bóng của biển báo giao thông hình tròn là một tình huống phức tạp hơn nữa: không thể dùng mặt cầu Dandelin khi mặt trụ sinh ra bởi các tia sáng bị chặn bởi biển báo giao thông *mới chỉ là trụ Ellipsoid*, không phải *trụ tròn xoay*.

Hầu hết các tính chất của Conic đều có thể chứng minh trực tiếp bằng hình học không gian. Những chứng minh kinh điển này đều rất *đẹp* về mặt toán học nhưng cũng rất *khó*, không được đưa vào CT phổ thông.

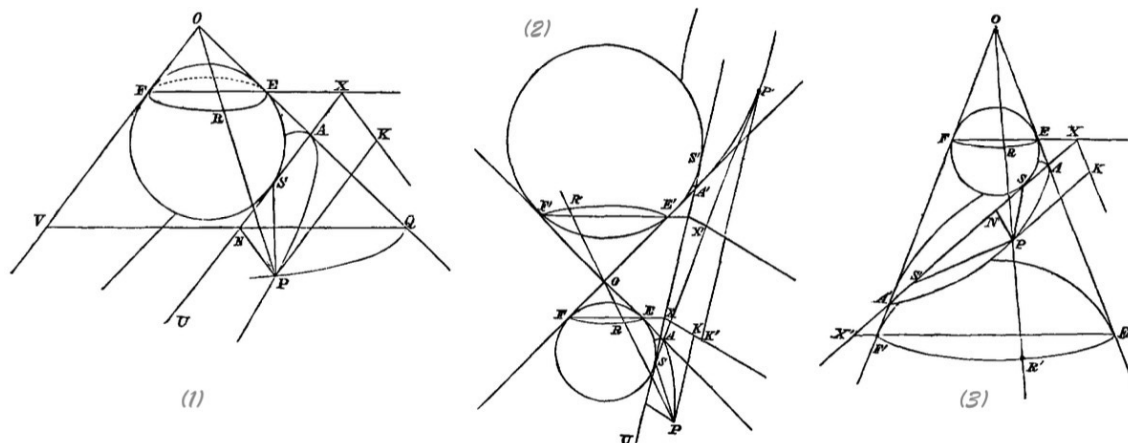
**Bước 2.** Từ định nghĩa phẳng tới *PT chính tắc*

Do bản thân Conic được định nghĩa hoàn toàn hình học, các yếu tố cơ bản của chúng như: tiêu cự, đường tròn chính, hình chữ nhật cơ sở,... đều cũng được xây dựng như vậy. Để thực hiện *Bước 2*, người ta chọn một hệ trục tọa độ Descartes vuông góc thích hợp (như được trình bày trong SGK lớp 10) để có các *PT chính tắc*  $y^2 = 2px$ ;  $\frac{x^2}{a^2} \pm \frac{y^2}{b^2} = 1$  là quan hệ mà cặp tọa độ ( $x$ ;  $y$ ) của điểm  $M$  trên ( $\mathcal{C}$ ) phải nghiệm đúng.

*PT chính tắc* cho phép ta nghiên cứu về Conic một cách thuận lợi, dễ tiếp cận hơn với HS phổ thông. Nhiều tính chất khó của Conic được chứng minh hoàn toàn bằng biến đổi đại số. Có thể nói, chủ đề 3c cho thấy những ưu - nhược điểm điển hình của cả hai cách *hiểu và trình bày* tri thức Toán học cho HS phổ thông: *mặt ngữ nghĩa* (định nghĩa và tính chất hình học) và *mặt cú pháp* (biểu diễn trong hệ tọa độ).

**Bước 3.** Thông nhất hoá trở lại bằng PT tổng quát

Việc đi tìm một dạng chung cho PT cả 3c là rất có ý nghĩa cả về hai phương diện *Toán học* và *Giáo dục toán học*, nhằm *đảm bảo tính đầy đủ, hệ thống*: một đối tượng hình học phải có một cách biểu diễn đại số. Nếu không *thống nhất hoá*, tri thức sẽ bị phân mảnh thái quá (từ 3 tới 6 loại PT khác nhau), người GV sẽ chỉ *thấy cây* mà không *biết rừng*.



Hình 2: Mặt cầu Dandelin, chụp từ [5, pp. 138-141], (Besant, 1895)

Đây là vấn đề của Toán cao cấp ở bậc đại học. Nhờ vào *dạng toàn phương*, ta có một khái niệm rộng nhất, một cái nhìn toàn cảnh về *hầu hết các đường cong* được dạy ở phổ thông:

**Định lí 2.** (Về đường cong bậc hai)  
Mọi đường cong có PT tổng quát dạng  $Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$  là đường Conic.

**2.2.3. Ý nghĩa và ứng dụng của 3c**

Lí thuyết tình huống thừa nhận tiền đề: mỗi tri thức đều có tình huống cơ sở, nơi tri thức thể hiện nghĩa của nó, nơi ta thấy được tri thức được dạy ở đâu ra và để làm gì. Chủ đề 3c cũng không ngoại lệ, không có khái niệm, định lí nào từ trên trời rơi xuống. Bảng 3 liệt kê một số ví dụ.

**2.3. Đề xuất kịch bản dạy học Chủ đề 3c theo Chương trình 2018**

Dựa trên những hiểu biết về 3c đã trình bày cùng mô tả về chủ đề trong CT 2018, trong mục này đề xuất một chuỗi hoạt động dạy học một phần của Chủ đề (tới ellipse). Khi các bộ SGK mới chưa ra đời, việc tham khảo về nội dung toán trong SGK Hình học lớp 10 hiện hành không gây trở ngại nào đáng kể.

**2.3.1. Mục tiêu - Nội dung**

Mục tiêu dạy học 3c được thể hiện bằng YCCĐ với những đơn vị kiến thức tương ứng được quy định trong [13] (tr. 84, chủ đề bắt buộc và tr. 89, chuyên đề tự chọn). Theo tinh thần văn bản cập nhật nhất của Bộ

GD&ĐT, Công văn 5512/BGDĐT-GDTrH ban hành ngày 18 tháng 12 năm 2020 hướng dẫn soạn Kế hoạch bài dạy, tác giả đề xuất một phương án cụ thể hoá mục tiêu dạy học chủ đề 3c như Hình 3.

**2.3.2. Kịch bản dạy học**

Căn cứ vào việc tìm hiểu về nội dung, căn cứ thời lượng được dành cho hai chủ đề, tác giả thiết kế kịch bản dạy học 9 tiết, chưa tính giờ bài tập và kiểm tra được mô tả trong Bảng 4.

**3. Kết luận**

Về phương diện so sánh quốc tế, việc tăng cường trở lại chủ đề 3c với sự đa dạng hoá các hình thức biểu diễn, chú trọng cả mặt ngữ nghĩa chứ không chỉ mặt cú pháp biến đổi đại số hình thức, tăng giới thiệu các ứng dụng thực tiễn là nét thay đổi tích cực, phù hợp với xu thế quốc tế của CT Giáo dục phổ thông môn Toán 2018. Tri thức nội dung chủ đề 3c được hình thành, phát triển một cách dài lâu, theo suốt tiến trình và phản ánh lịch sử toán học cho tới gian đoạn cao cấp cổ điển. Khối tri thức này có tính chất bao trùm, xuyên suốt CT Toán phổ thông. Nắm vững khối tri thức về 3c là rất cần thiết đối với người GV Toán để liên kết được cả mặt ngữ nghĩa lẫn cú pháp, cả phương pháp hình học tổng hợp với phương pháp đại số. Việc thiết kế một kịch bản dạy học chủ đề 3c theo định hướng phát triển năng lực, giúp người học tiếp cận được với 3c về cả hai phương diện ngữ nghĩa - cú pháp bằng cả hai phương pháp hình học - đại số và theo con đường nhận thức có cả yếu tố suy diễn và quy nạp là hoàn toàn khả thi. Trong tương lai

**Bảng 3: Ví dụ về Tình huống cơ sở của tri thức về 3c**

Phát biểu tri thức	Ý nghĩa, minh họa, ứng dụng
Chương trình Toán phổ thông có những mạch kiến thức xuyên suốt.	Những đồ thị hàm số quen biết trong chương trình phổ thông đều là conic vì quan hệ giữa hai tọa độ đều đưa được về dạng trong Định lí 2: $y = ax + b, y = ax^2 + bx + c, y = mx + n \pm \sqrt{px^2 + qx + r},$ $y = \frac{a}{x}, y = \frac{ax^2+bx+c}{dx^2+ex+f}$
Đường tròn là ellipse đặc biệt	Nếu nén chiều cao mỗi điểm trên đường tròn theo cùng tỉ lệ, thì nó trở thành một ellipse (xem <a href="https://bit.ly/3J5LBmg">https://bit.ly/3J5LBmg</a> )
Ellipse có tính phản xạ qua tiêu	Gương ellipse: Mọi chùm phân kì tới mặt gương ellipse mà xuất phát từ tiêu điểm F đều hội tụ về tiêu điểm F'. Xem <a href="https://bit.ly/3xIY6bl">https://bit.ly/3xIY6bl</a> , có thể chế tạo một chiếc bàn Billard với cạnh ellipse, lỗ duy nhất ở một tiêu điểm để cơ thủ chơi tồi cũng có thể đẩy bi vào lỗ.
Parabola có tính phản xạ qua tiêu	Một chùm tín hiệu song song, hững bởi mặt Antenne có dạng mặt paraboloid tròn xoay sinh bởi parabola (P) đều hội tụ về tiêu điểm F của nó, là nơi đặt bộ thu sóng (xem <a href="https://bit.ly/3d1H2Fy">https://bit.ly/3d1H2Fy</a> ), ngược lại chùm sáng phân kì xuất phát từ bóng đèn đặt ở tiêu điểm của gương parabola, chiếu tới mặt gương thì bị phản xạ thành một chùm song song chiếu ra xa phía ngoài gương.
Hiperboloid tròn xoay, mặt yên ngựa, mặt nón là những mặt kể	Chỉ bằng các "nan" hoàn toàn thẳng, có thể đan được một chiếc lồng chứa hoa rất đẹp hình Hiperboloid tròn xoay (xem <a href="https://bit.ly/3gVFLBd">https://bit.ly/3gVFLBd</a> ).

**BA ĐƯỜNG CONIC****1. Mục tiêu****1.1. Về kiến thức:**

- Khái niệm: Mặt nón, ellipse, parabol, hyperbol, tiêu điểm, đường chuẩn, tiêu cự, đỉnh, trục, tâm sai, bán kính, PT chính tắc;

- Định lý: sự xác định các đường conic trong không gian, định lý về sự xác định của đường conic như quỹ tích trong mặt phẳng, định lý về PT chính tắc của conic;

- Quy tắc phương pháp: Cách xác định các yếu tố của conic từ PT chính tắc, cách vẽ conic thực dụng.

**1.2. Về năng lực****1.2.1. Nhận biết được ba đường conic bằng hình học**

[tư duy lập luận toán học, mô hình hoá toán học]:

- chỉ ra được đường ellipse, hyperbola, parabola trên video, hình vẽ thiết diện, mô hình ba;

- nêu được một số tính chất và yếu tố cơ bản của conic: tiêu điểm, tiêu cự, đường chuẩn, nghĩa hình học, tính đối xứng;

**1.2.2. Nhận biết được PT chính tắc của ba đường conic trong mặt phẳng tọa độ**

[tư duy lập luận & giải quyết vấn đề toán học]:

- gán được PT chính tắc với đường conic phù hợp;

- viết được PT chính tắc từ các thông số cơ bản ( $a, b, c, e, F$ ) và ngược lại;

**1.2.3. Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với ba đường conic**

[mô hình hoá, giao tiếp toán học, sử dụng phương tiện công cụ dạy học]:

- nêu được nguồn gốc hình học và nhận ra ba đường conic trên một số hiện tượng vật lý (vật ném xiên, bóng đèn chụp, mép nước trên vành cốc,...),

- vẽ được đường conic bằng thước kẻ, thước hình học hoặc trên phần mềm GeoGebra,

- vẽ được hình minh hoạ tính chất phản xạ,

- giải thích được hiện tượng bàn billard ellipse, đèn pha paraboloid, đàn giở hyperboloid tròn xoay bằng nan thẳng;

**1.3. Về phẩm chất:**

- Chăm chỉ: Tích cực tìm tòi và sáng tạo trong học tập; có ý chí vượt qua khó khăn để hoàn thành nhiệm vụ học tập

- Trách nhiệm: cố gắng và hoàn thành nhiệm vụ

- Nhận ra vẻ đẹp và ý nghĩa của toán học

Hình 3: Viết mục tiêu chủ đề 3c theo Công văn 5512, chữ in nghiêng là yêu cầu cần đạt theo CT 2018

**Bảng 4: Tóm tắt kịch bản dạy học Conic và Ellipse**

CONIC VÀ MẶT NÓN			
Thời gian dự kiến	Mô tả	Ghi chú, học liệu	
Tiết 1	15'	GV gọi động cơ, hướng dẫn hoạt động nhóm.	Khái quát hoá, hướng tới sự hoàn chỉnh và hệ thống.
	30'	HS làm việc theo nhóm chuẩn bị một bài thuyết trình, với nội dung.	Tra cứu Internet, trả lời một số câu hỏi cốt lõi về conic.
Tiết 2	30'	Trung bày, trình bày, bảo vệ.	Tranh thủ vấn đáp để củng cố, khắc sâu kiến thức.
	15'	GV thể thức hoá: Giới thiệu tổng quan, dặn HS chuẩn bị vật liệu cần thiết.	<a href="https://bit.ly/3gVxVYj">https://bit.ly/3gVxVYj</a>
ĐƯỜNG ELLIPSE TRÊN MẶT NÓN VÀ MẶT PHẪNG			
Tiết 3	15'	Giới thiệu thiết diện phẳng của mặt nón.	Hình vẽ, video mô phỏng mặt cầu Dandelin (Ví dụ: <a href="https://bit.ly/3gOEtcf">https://bit.ly/3gOEtcf</a> )
	30'	Kiểm chứng sự phù hợp giữa hai định nghĩa.	Xem <a href="https://bit.ly/3gL3zZA">https://bit.ly/3gL3zZA</a> , <a href="https://bit.ly/3gYx5di">https://bit.ly/3gYx5di</a> , kiểm tra bằng dây và đỉnh
Tiết 4	25'	HS trưng bày, trình bày, bảo vệ. GV xác nhận, giới thiệu phương án.	Lập luận chứng tỏ vết cắt trên mặt nón chính là hình ellipse được định nghĩa trong SGK.
	20'	Trải nghiệm sáng tạo.	Tim tiêu điểm của ellipse in sẵn trên giấy A4.
Tiết 5	25'	HS trình bày, bảo vệ. GV bình luận, xác nhận các tính chất đối xứng, định nghĩa tiêu điểm, tiêu cự,...	
	20'	GV thể thức hoá các khái niệm cơ bản HS ghi bài.	Slide hoặc bảng phấn, GeoGebra. Mục 1, 2, 3 § 3 SGK (tr. 84).
Tiết 6	20'	GV giới thiệu cách vẽ ellipse nhờ phép co đường tròn, hướng dẫn HS thảo luận, thuyết trình mục 4 §3.	<a href="https://bit.ly/3j5LBmg">https://bit.ly/3j5LBmg</a> , <a href="https://bit.ly/2SNrUED">https://bit.ly/2SNrUED</a> , Geo Gebra
	25'	HS củng cố với hoạt động cá nhân GV giao nhiệm vụ bàn billard.	Phiếu điện khuyết (nội dung lí thuyết tr. 87, 88 SGK, hai đường tròn đồng tâm in nét đứt).

CONIC VÀ MẶT NÓN			
Tiết 7	45'	LUYỆN TẬP ELLIPSE	
		THỰC HÀNH - TRẢI NGHIỆM	
	20'	Hướng dẫn thực hành.	GV làm mẫu tạo file GeoGebra minh hoạ định nghĩa, một số tính chất của ellipse.
Tiết 8-9	30'	Thực hành GeoGebra.	Tạo file chạy GeoGebra.
	40'	HS trưng bày bàn billard, trình bày, bảo vệ, đánh giá ngang hàng. GV tổng kết dự án và chủ đề.	

gần, tác giả sẽ tiến hành một nghiên cứu thực nghiệm nhằm triển khai, đánh giá, điều chỉnh kịch bản dạy học đã thiết kế để có thể đưa ra những khuyến nghị chắc chắn hơn tới các đồng nghiệp trực tiếp đứng lớp giảng

dạy cũng như những đồng nghiệp tham gia biên soạn SGK mới theo CT 2018.

#### Tài liệu tham khảo

- [1] Bùi Văn Nghị, (2008), *Giáo trình Phương pháp dạy học những nội dung cụ thể môn Toán*, NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.
- [2] Maria G. Bartolini, (2005), *The Meaning of Conics: Historical and Didactical Dimensions*, In J. Kilpatrick, C. Hoiles, O. Skovsmose, P. Valero (Eds.), *Meaning in Mathematics Education* (pp. 39-60). Springer Link.
- [3] Ada, Tuba; Kurrtulus, Aytac, (2019), *Problems and Solution Suggestions in Teaching Rotation Transformation in Conic Sections*. *Acta Didactica Napocensia*, v12 n2 p15-28 2019, doi: 10.24193/adn.12.2.2
- [4] Pantazi A., Doukakis S, (2020), *An Educational Scenario for the Learning of the Conic Section: Studying the Ellipse with the Use of Digital Tools and Elements of Differentiated Instruction and Cognitive Neurosciences*, In: Vlamos P. (eds) *GeNeDis 2018*. *Advances in Experimental Medicine and Biology*, vol 1194. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-32622-7\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-030-32622-7_3).
- [5] W.-H. Besant, (1895), *Conic section treated Geometrically*, London George Bell and Sons.
- [6] W.-M. Baker, (1906), *A new treatise on analytical conic sections*, London George Bell and Sons.
- [7] J.-L. Coolidge, (1968), *A History of the Conic Sections and Quadric Surfaces*, Dover Publications.
- [8] G. Glaeser, H. Stachel, and B. Odehnal, (2016), *The Universe of Conics, From the ancient Greeks to 21st century developments*, Springer Spektrum.
- [9] Phan Huy Khải - Nguyễn Đạo Phương, (2001), *Tuyển chọn các bài toán về ba đường conic*, NXB Giáo dục Việt Nam.
- [10] A.O. Fatade, A.A. Arigbabu and D.C.J. Wessels, (2011.), *Teaching Conic Sections and Their Applications*, *Journal of Modern Mathematics and Statistics*, 5: 60-65, DOI: 10.3923/jmmstat.2011.60.65
- [11] Hoàng Xuân Hãn, (1942), *Danh từ khoa học*, Trường Thi xuất bản.
- [12] Yves Chevallard, (1985), *Transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigner*, La Pensée sauvage
- [13] Bộ Giáo dục và Đào tạo, (2018), *Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán*.

## FROM THE HISTORY AND THE MEANING TO AN EDUCATIONAL SCENARIO FOR CONIC SECTIONS BASED ON THE NEW HIGH SCHOOL MATHEMATICS CURRICULUM PROPOSALS

### Tran Cuong

Email: [trancuong@hnu.edu.vn](mailto:trancuong@hnu.edu.vn)  
Hanoi National University of Education  
136 Xuan Thuy street, Cau Giay district,  
Hanoi, Vietnam

**ABSTRACT:** *Conic sections have recently resumed their position as an important subject in high school Mathematics curriculum after decades of neglect. This is the aim of this article to provide an overview of this topic and to help both pre-service and in-service mathematics teachers to better prepare for the implementation of the general education curriculum in Mathematics. The author presents the history of conic sections and some aspects of their didactic transposition followed by certain comments with respect to notable discontinuities, and then suggests an educational scenario based on the competency based approach for the learning of conic sections.*

**KEYWORDS:** *Conic sections, pedagogical scenario, high school Mathematics curriculum (of the year 2018).*