

# SPWG: MÔ HÌNH GIẢI TOÁN VỚI PHẦN MỀM ĐỘNG GEOGEBRA

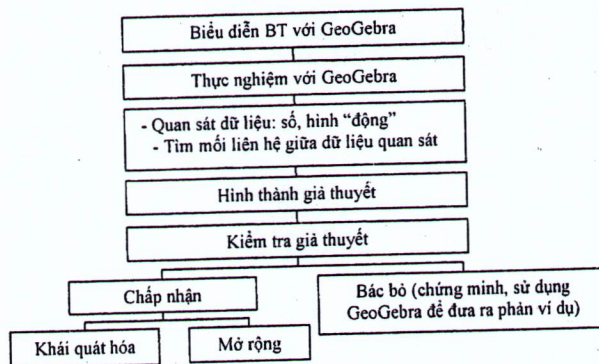
ThS. LÊ VIỆT MINH TRIẾT\* - PGS. TS. NGUYỄN PHÚ LỘC\*\*

GeoGebra là phần mềm toán học động mã nguồn mở, với thế mạnh là “sự kết hợp giữa hình học động, đại số, giải tích và chức năng bảng tính vào một gói đơn giản để sử dụng” (Hohenwarter & Preiner, 2007). Các kết quả nghiên cứu (xem (1), (2), (3), (4), (5), (6) và (7)) đã khẳng định những ưu điểm về tính năng của GeoGebra là phù hợp với thực tế dạy học toán ở các trường phổ thông nước ta hiện nay. Trong (1) và (2) đã đề xuất mô hình giải toán với tên gọi: “SPWG” (*Solving Problem With GeoGebra*). Sử dụng mô hình này không chỉ giúp giáo viên (GV) thể hiện rõ công dụng của GeoGebra trong từng bước giải toán theo quan điểm động, chủ động hơn khi thiết kế và đánh giá hoạt động giải toán của học sinh (HS) mà còn giúp HS phát triển năng lực giải quyết vấn đề.

Theo (3), dạy học giải toán với mô hình SPWG theo hình thức tương tác giữa “GV - GeoGebra - HS” là rất khả thi. Bài viết trình bày kết quả thực nghiệm mô hình SPWG (với hình thức HS độc lập tương tác với GeoGebra) trong dạy học môn Toán nhằm kiểm nghiệm tác dụng của mô hình đối với hoạt động giải toán của HS.

## 1. Mô hình SPWG

Dựa vào các đặc tính “động”, sự tích hợp linh hoạt giữa các yếu tố hình học, đại số, giải tích, thống kê, chúng tôi đã phát triển mô hình SPWG (Giải toán với GeoGebra) gồm 5 bước chính (2): - *Bước 1*: Sử dụng GeoGebra như một công cụ để biểu diễn các dạng toán vẽ: dựng hình, vẽ đồ thị hàm số, lập bảng dữ liệu,...; - *Bước 2*: Thực nghiệm trong môi trường GeoGebra bằng cách sử dụng tính chất “động”, các công cụ hỗ trợ tính toán, bảng tính,...; - *Bước 3*: Quan sát dữ liệu: những hình động, số liệu động,... tìm ra mối liên hệ giữa các dữ liệu được quan sát; - *Bước 4*: Dựa vào mối liên hệ được tìm thấy ở bước 3, HS có thể hình thành những giả thuyết; - *Bước 5*: Với giả thuyết ở bước 4, người học kiểm tra giả thuyết. Giả thuyết này được chấp nhận hoặc bị bác bỏ thông qua việc sử dụng GeoGebra để đưa ra phản ví dụ hoặc chứng minh; - *Bước 6*: Kiểm tra lời giải, khái quát hóa, mở rộng bài toán (BT) (xem sơ đồ 1).



Sơ đồ 1. Mô hình SPWG - Giải toán với GeoGebra

Khi dạy học với mô hình này, GV có thể sử dụng theo hai hình thức sau (xem bảng 1):

Bảng 1. Hai hình thức sử dụng GeoGebra trong dạy học giải toán

Hình thức sử dụng	GV	HS
GV ↔ HS GeoGebra	Trực tiếp thao tác	Quan sát, dự đoán, hình thành giả thuyết, tìm chiến lược giải
HS ↔ GeoGebra	Hỗ trợ khi cần thiết	Độc lập thao tác để hình thành dự đoán và tìm chiến lược giải quyết vấn đề

## 2. Thực nghiệm dạy học giải toán với mô hình SPWG

**1) Tổ chức thực nghiệm.** Chúng tôi đã thực nghiệm mô hình SPWG để hướng dẫn HS tìm chiến lược giải BT “Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho hai điểm A(2; 2) và B(8; 6). Xác định tọa độ điểm C trên trục Ox sao cho tổng khoảng cách AC và CB là ngắn nhất” theo hình thức: “HS ↔ GeoGebra”. Đối tượng khảo sát: HS lớp 11 (gồm 13 nam và 5 nữ, chia làm 9 nhóm) ở Trường phổ thông Thái Bình Dương - Cần Thơ (năm học 2014-2015). HS làm việc theo nhóm hai, mỗi nhóm sử dụng một máy tính và từng nhóm độc lập tương tác với GeoGebra.

**2) Diễn biến tiến trình giải toán của các nhóm HS** (xem bảng 2)

\* Trường phổ thông Thái Bình Dương, Cần Thơ

\*\* Khoa sư phạm, Trường Đại học Cần Thơ

Bảng 2. Tiến trình giải toán của các nhóm học tập

Các bước giải quyết vấn đề	Hoạt động của các nhóm HS
Biểu diễn BT	Sử dụng GeoGebra: - Dựng điểm A; B; C. - Dựng đoạn gấp khúc ACB. - Hiện thị lưới ô vuông.
Thực nghiệm với GeoGebra	- Dùng công cụ "khoảng cách" để đo độ dài đoạn gấp khúc ACB. - Dùng thuộc tính "hiển thị tên và giá trị" để hiển thị giá trị của đoạn gấp khúc ACB trên màn hình. - Dùng công cụ "hiển thị Spreadsheet" để hiển thị giá trị tổng độ dài của AB và CB. - Di chuyển điểm C trên Ox.
Quan sát dữ liệu	- Tìm kiếm mối liên hệ giữa các dữ liệu được phản hồi từ môi trường GeoGebra (do điểm C được cho di chuyển).
Hình thành giả thuyết	Ba giả thuyết được hình thành: giả thuyết 1; giả thuyết 2; giả thuyết 3.
Kiểm tra giả thuyết	- Di chuyển điểm C, quan sát dữ liệu thu được và so sánh. - Di chuyển điểm C, quan sát dữ liệu thu được từ bảng Spreadsheet. - Chứng minh được cách dựng là đúng với sự hướng dẫn của GV.
Khái quát hóa	Nhận biết được BT tổng quát từ sự khái quát hóa của GV.

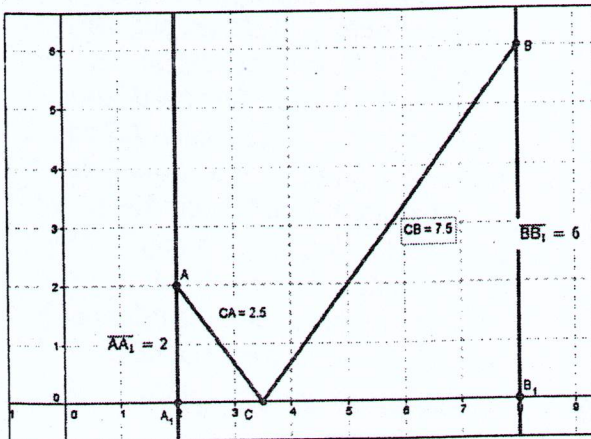
**3) Các giả thuyết được hình thành.** Trong quá trình giải toán, có ba giả thuyết về cách dựng điểm C được HS đưa ra:

- **Giả thuyết 1 (nhóm 1):** Dựng  $A_1, B_1$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B lên trục Ox. Tổng  $(AC + CB)$  nhỏ nhất khi  $C \equiv A_1$  hoặc  $C \equiv B_1$ ; trong đó:  $A_1, B_1$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B lên trục Ox.

Giả thuyết này nhanh chóng bị HS bác bỏ thông qua thao tác di chuyển điểm C và quan sát "dữ liệu động".

- **Giả thuyết 2 (nhóm 5, nhóm 8):** Tổng  $AC + CB$  nhỏ nhất bằng 10 khi tam giác  $\triangle AA_1C$  đồng dạng với

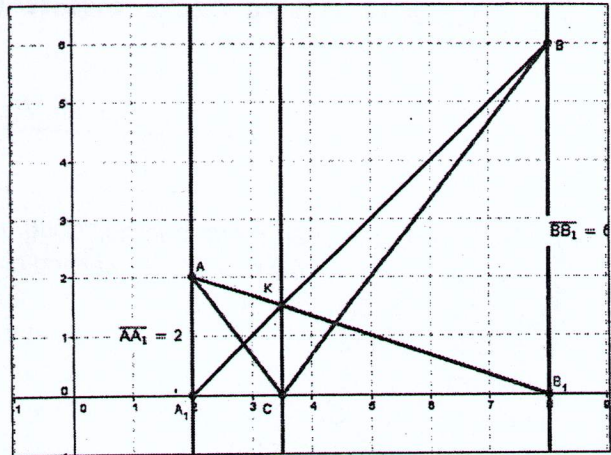
$\triangle BB_1C$ , có:  $\frac{AA_1}{BB_1} = \frac{A_1C}{B_1C} = \frac{1}{3}$  và  $C(3,5; 0)$  (xem hình 1).



Hình 1. Vị trí điểm C để  $(AC + CB)$  nhỏ nhất

- **Giả thuyết 3 (nhóm 4):** Dựng K là giao điểm của AB, và  $A_1B_1$ . Tổng  $(AC + CB)$  nhỏ nhất bằng 10 khi

$C(3,5; 0)$  là giao điểm của đường thẳng đi qua K và vuông góc với trục Ox (xem hình 2).



Hình 2. Vị trí điểm C để  $(AC + CB)$  nhỏ nhất

**4) Kiểm chứng giả thuyết.** Vì không có nhóm nào phát hiện được các giả thuyết 2, 3 là đúng nên GV đã gợi ý bằng cách đưa ra BT đơn giản hơn cho HS: "Cho hai điểm A, B ở khác phía so với đường thẳng d. Xác định vị trí của điểm C trên d sao cho tổng khoảng cách  $(AC + CB)$  là ngắn nhất".

Với BT vừa nêu, HS dễ dàng nhận ra tổng  $(AC + CB)$  ngắn nhất khi C nằm ở vị trí sao cho A, C, B thẳng hàng. Nhờ đó, các nhóm HS đều tìm được cách chứng minh cho giả thuyết 2 và 3 là đúng bằng cách lấy A' đối xứng với điểm A qua trục Ox.

**5) Khái quát hóa.** Sau khi hoàn thành việc chứng minh, GV khái quát hóa BT ban đầu bằng cách giới thiệu BT: "Cho hai điểm A và B nằm về cùng một phía so với đường thẳng d. Xác định vị trí của điểm C trên d sao cho tổng khoảng cách AC và CB là ngắn nhất", sau đó tổng kết các cách dựng điểm C để  $AC + CB$  là nhỏ nhất.

**Cách 1:** Gọi A' là điểm đối xứng của A qua đường thẳng d, khi đó C chính là giao điểm của A'B với đường thẳng d.

**Cách 2 (HS tự tìm ra):** Dựng  $A_1, B_1$  lần lượt là hình chiếu của A, B lên đường thẳng d; C là điểm thuộc đoạn

$A_1B_1$  sao cho  $\frac{AA_1}{BB_1} = \frac{A_1C}{B_1C}$ .

**Cách 3 (HS tự tìm ra):** Dựng  $A_1, B_1$  lần lượt là hình chiếu của A, B lên đường thẳng d; K là giao điểm của  $AB_1$  và  $A_1B$ ; C là giao điểm của đường thẳng đi qua K và vuông góc với đường thẳng d.

\*\*\*

Mô hình SPWG đã hỗ trợ GV dễ dàng tổ chức các hoạt động khám phá cho HS trong dạy học giải

toán. Đặc biệt, với mô hình SPWG, GV có thể sử dụng GeoGebra để tạo cơ hội cho HS tiếp cận với phương pháp nghiên cứu khoa học như: thực nghiệm, phân tích dữ liệu, hình thành và kiểm tra giả thuyết; khái quát hóa và mở rộng BT. □

(1) Nguyễn Phú Lộc. **Giáo trình hoạt động dạy và học môn Toán**. NXB Đại học học quốc gia TP. Hồ Chí Minh, 2014.

(2) Loc, N.P. Dynamic software “GeoGebra” for solving problem: A try - out of mathematics teachers. *Journal of international academic research for multidisciplinary*. Volume 2, Issue 9, October, 2014.

(3) Loc, N.P - Triet, L.V.M. Guiding Students to Solve Problem with Dynamic Software “GeoGebra”: A Case of Heron’s Problem of the Light Ray. *European Academic Research*, Vol II , Issue 7 /October, 2014.

(4) Loc, N.P - Triet, L.V.M. Dynamic software “GeoGebra” for teaching mathematics: Experiences from a training course in Can Tho University.

*European Academic Research*, Vol II , Issue 6/ September 2014.

(5) Phan Trọng Hải. “Sử dụng phần mềm GeoGebra hỗ trợ dạy học khám phá định lí”. *Tạp chí khoa học - Trường Đại học Cần Thơ*, số 27/2013, tr. 61-66.

(6) Lê Thanh Phong. “Dạy học một số yếu tố giải tích lớp 11 với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra”. *Tạp chí khoa học - Trường Đại học Cần Thơ*, số 30/2014, tr. 60-69.

(7) Lê Viết Minh Triết. “Dạy học định lí có khâu nêu giả thuyết: một thử nghiệm trong Hình học 11 với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra”. *Tạp chí khoa học - Trường Đại học Cần Thơ*, số 27/2013, tr. 9-16.

#### SUMMARY

*The article introduced the model “SPWG” (Solving Problem With GeoGebra) and how to apply the model to teaching Heron’ the problem of the light ray. The results were that students discovered two strategies for solving the above problem.*

## Thực trạng việc dạy học lịch sử...

(Tiếp theo trang 38)

trách nhiệm với môn học, với sự nghiệp “trồng người”. Trên cơ sở đó, thông qua các bài giảng, “thổi” vào tâm hồn HS tình yêu LS, yêu quê hương đất nước, tự hào về truyền thống dân tộc. Muốn vậy, mỗi thầy cô giáo phải thật sự tâm huyết, đầu tư cho từng bài giảng của mình, không ngừng phấn đấu học tập để tích lũy cho bản thân vốn tri thức từ sách vở, từ đồng nghiệp; cần vận dụng linh hoạt các phương pháp dạy học, tích cực sử dụng các phương tiện kĩ thuật hiện đại vào quá trình dạy học một cách phù hợp để bài giảng cuốn hút HS. Tùy theo từng loại bài mà vận dụng kiến thức liên môn với các bộ môn như: *Ngữ văn, Địa lí, Âm nhạc, Mĩ thuật, Giáo dục công dân... - Về phía nhà quản lí: kiểm tra lại năng lực của GV để có kế hoạch bồi dưỡng chuyên môn, nghiệp vụ, góp phần nâng cao chất lượng dạy học, những GV không đủ năng lực cần được đào tạo lại hoặc chuyển sang làm công tác khác; cần rà soát lại các cơ sở đào tạo GV, những nơi không có đủ điều kiện kiên quyết không cho phép đào tạo.*

**5) Đầu tư cơ sở vật chất, trang thiết bị dạy học.** Dạy học LS không chỉ giới hạn trong SGK và bốn bức tường của lớp học mà HS cần được học tập với nhiều hình thức tổ chức khác nhau, như:

học trong phòng truyền thống, trong các bảo tàng, phòng chiếu phim; ngoài thực địa, ở nơi có di sản văn; hóa học trên sa bàn, mô hình, qua tham quan dã ngoại... Vì vậy rất cần có sự quan tâm đầu tư cơ sở vật chất theo từng bước, theo lộ trình cụ thể phù hợp để phát huy hết khả năng cũng như vai trò vị thế của bộ môn. □

#### Tài liệu tham khảo

1. **Chương trình giáo dục phổ thông môn Lịch sử**. NXB Giáo dục, H. 2006.
2. Bộ GD-ĐT - Hội khoa học lịch sử Việt Nam. **Ki yếu Hội thảo khoa học quốc gia về dạy học Lịch sử ở trường phổ thông Việt Nam**. NXB Giáo dục Việt Nam, H. 2012.
3. Phan Ngọc Liên (chủ biên) - Nguyễn Thị Côi - Trịnh Đình Tùng. **Phương pháp dạy học lịch sử** (tập 1, 2). NXB Đại học sư phạm, H. 2012.
4. Nguyễn Thị Côi. **Các con đường, biện pháp nâng cao hiệu quả dạy học lịch sử ở trường phổ thông**. NXB Đại học sư phạm, H. 2011.

#### SUMMARY

*The paper addresses the status of the teaching and learning of history in schools in recent years. Thereby indicating the cause of the situation, as well as a number of recommendations outlined contribute to improving the quality of teaching and learning of history in schools in general as well as the teaching and learning of history in junior high school say private.*