TÍNH NỬA LIÊN TỤC CỦA ÁNH XẠ NGHIỆM BÀI TOÁN BAO HÀM TỰA BIẾN PHÂN

Lâm Quốc Anh[1], Nguyễn Minh Hải[2], Tô Thị Thu Hằng[3] và Đặng Thị Mỹ Vân[4]

ABSTRACT

In this paper we establish sufficient conditions for the solution set of parametric quasivariational inclusion problems to be semicontinuous and continuous. All kinds of semicontinuity are considered: lower semicontinuity, upper semicontinuity and closedness. Our results improve recent existing ones in the literature. Moreover, we investigate both the "weak" and "strong" solutions.

Keywords: Quasivariational inclusion problems; lower semicontinuity; upper semicontinuity; closedness of solution multifunctions

Title: Semicontinuity of solutions sets to quasivariational inclusion problems

TÓM TẮT

Trong bài báo này chúng tôi thiết lập các điều kiện đủ cho tính chất nửa liên tục và liên tục theo tham số của nghiệm bài toán tựa bao hàm biến phân. Các tính chất nửa liên tục được xét đến gồm: nửa liên tục trên, nửa liên tục dưới và tính đóng. Các kết quả của chúng tôi là mở rộng và phát triển các kết quả đã có ngay cả khi áp dụng vào các trường hợp đặc biệt. Ở đây cả nghiệm yếu và nghiệm mạnh được nghiên cứu.

Từ khóa: Bài toán bao hàm tựa biến phân; nửa liên tục dưới; nửa liên tục trên; Tính đóng của ánh xạ nghiệm

1 GIỚI THIỆU

Gần đây sự ổn định nghiệm cho các bài toán tối ưu và các mở rộng được rất nhiều người quan tâm nghiên cứu đến. Sự ổn định của một bài toán có thể hiểu theo nhiều nghĩa khác nhau như tính khả vi (theo nghĩa Fréchet), tính liên tục Lipschitz hay liên tục Hölder, tính liên tục và nửa liên tục của ánh xạ nghiệm. Mặt khác để có tính ổn định ở mức nào thì thông thường giả thiết trên dữ liệu của bài toán phải ở mức tương ứng. Dữ liệu mà nhiều bài toán thực tế không thỏa để có được các tính chất ổn định theo nghĩa mạnh (ổn định theo nghĩa khả vi, liên tục Lipschitz hay liên tục Hölder). May mắn là trong ứng dụng có nhiều bài toán chỉ cần ổn định theo nghĩa yếu như liên tục, nửa liên tục là đủ, chẳng hạn như đối với bài toán cạnh tranh trong kinh tế, bài toán cân bằng kinh tế theo nghĩa Walras – Ward và Arrow– Deubreu–Mckenzie. Sự ổn định theo nghĩa nửa liên tục của ánh xạ nghiệm bài toán bất đẳng thức biến phân, bài toán cân bằng, bài toán bao hàm biến phân đã được xét trong các bài báo Anh và Khanh (2007, 2008a,b,c; 2009a,b), Bianchi và Pini (2006), Huang, Li và Thompson (2006), Khanh và Luu (2005, 2007), Khanh và Luc (2008). Mục đích của bài báo này là nghiên cứu tính nửa liên tục cho bài toán bao hàm tựa biến phân.

[1] Khoa Sư phạm, Trường Đại học Cần Thơ
[2] Khoa Kỹ thuật-Công nghệ, Trường Đại học Quang Trung, Bình Định
[3] Trường THPT Thủ Khoa Nghĩa, An Giang
[4] Trường Cao Đẳng Cần Thơ, TP. Cần Thơ

Trong hơn chục năm qua bài toán tựa cân bằng và các dạng mở rộng của nó được rất nhiều tác giả quan tâm nghiên cứu. Bài toán cân bằng được Blum và Oettli đưa ra vào năm 1994, ở đó các tác giả chỉ xem nó là dạng tổng quát của bài toán bất đẳng thức biến phân và bài toán tối ưu, nhưng về sau người ta thấy rằng mô hình của bài toán này chứa được rất nhiều bài toán quan trọng khác như bài toán bù, bài toán điểm bất động và điểm trùng, bài toán mạng giao thông, bài toán cân bằng Nash,… Một dạng mở rộng tất yếu của bài toán này là bài toán tựa cân bằng (khi tập ràng buộc phụ thuộc vào chính biến trạng thái). Các bài toán bao hàm biến phân và bao hàm tựa biến phân là các bước thác triển tiếp nối cho bài toán cân bằng, có thể xem các bài toán này trong các công trình Hai và Khanh (2007), Hai, Khanh và Quan (2009), Khanh và Luc (2008), Lin và Tan (2007). Chúng ta lưu ý thêm rằng thuật ngữ "bao hàm biến phân" được hiểu theo nhiều nghĩa khác nhau, trong bài báo Zhang (2007) nó là mở rộng đa trị của bất đẳng thức biến phân. Bài toán bao hàm biến phân trong Chidume, Zegeye và Kazmi (2004), Verma (2006) là bài toán tìm điểm 0 của các ánh xạ đơn điệu cực đại. Ở đây, chúng tôi nghiên cứu bài toán bao hàm biến phân theo nghĩa như ở các bài báo Hai và Khanh (2007), Hai, Khanh và Quan (2009), Lin và Tan (2007). Do đã có nhiều kết quả cho sự tồn tại nghiệm (xem trong Hai và Khanh 2007; Hai, Khanh và Quan 2009; Lin và Tan 2007), nên trong bài này ta luôn giả thiết là nghiệm tồn tại trong lân cận của điểm đang xét.

Bài báo này được sắp xếp như sau: phần còn lại của mục này giới thiệu mô hình của bài toán bao hàm tựa biến phân và một số kết quả bổ trợ. Trong Mục 2, chúng tôi trình bày các điều kiện đủ cho ánh xạ nghiệm của bài toán bao hàm tựa biến phân là nửa liên tục dưới. Mục cuối cùng chúng tôi nghiên cứu tính nửa liên tục trên và tính đóng của ánh xạ nghiệm. Bài toán bao hàm tựa biến phân được xét trong bài báo này có dạng như sau.

Cho X, Z và Λ là các không gian tôpô Hausdorff và Y là không gian vectơ tôpô, cho $A \subseteq X$, $B \subseteq Z$ là các tập con khác trống và $C \subseteq Y$ là tập đóng với phần trong $\mathrm{int}C \neq \emptyset$. Cho các hàm đa trị sau:

$$K_i : A \times \Lambda \to 2^A; i = 1,2,$$

$$T : A \times A \times \Lambda \to 2^B,$$

$$F : B \times A \times A \times \Lambda \to 2^Y.$$

Với các tập M, N ta dùng các ký hiệu sau:

$(u,v)\mathrm{w}\, M \times N$ nghĩa là $\forall u \in M, \exists v \in N$,

$(u,v)\mathrm{s}\, M \times N$ nghĩa là $\forall u \in M, \forall v \in N$,

Với $\tau \in \{\mathrm{w}, \mathrm{s}\}$, ta xét các bài toán bao hàm tựa biến phân sau: với mỗi $\lambda \in \Lambda$,

(τ-VIP1) tìm $\bar{x} \in K_1(\bar{x},\lambda)$ sao cho $(x,y)\tau K_2(\bar{x},\lambda) \times T(x,\bar{x},\lambda)$,

$$F(y,x,\bar{x},\lambda) \subseteq F(y,\bar{x},\bar{x},\lambda) + C;$$

(τ-VIP2) tìm $\bar{x} \in K_1(\bar{x},\lambda)$ sao cho $(x,y)\tau K_2(\bar{x},\lambda) \times T(x,\bar{x},\lambda)$,

$$F(y,\bar{x},\bar{x},\lambda) \subseteq F(y,x,\bar{x},\lambda) - C.$$

Với mỗi $\lambda \in \Lambda$ ta ký hiệu tập nghiệm của bài toán (τ-VIPi), i = 1,2, là $S_i^\tau(\lambda)$. Trong trường hợp đặc biệt khi T là ánh xạ đơn trị ta thấy rằng $S_i^w(\lambda) = S_i^s(\lambda)$, i = 1, 2. Tổng quát, khi T là ánh xạ đa trị, ta có $S_i^w(\lambda) \subseteq S_i^s(\lambda)$, i= 1,2. Nếu F là ánh xạ đơn trị, rõ ràng $S_1^\tau(\lambda) = S_2^\tau(\lambda)$. Trong trường hợp đa trị tổng quát không có mối quan hệ bao hàm thức giữa các nghiệm trên.

Trước hết ta nhắc lại một số định nghĩa sau: Cho X và Y như ở trên và G: $X \to 2^Y$ là ánh xạ đa trị từ X vào Y. G được gọi là nửa liên tục dưới (lsc) tại x_0 nếu, với mỗi tập mở $U \subseteq Y$ với $G(x_0) \cap U \neq \emptyset$, thì tồn tại lân cận N của x_0 sao cho, với mọi $x \in N$, $G(x) \cap U \neq \emptyset$. Một phát biểu tương đương khác: G là lsc tại x_0 nếu, với mọi lưới $\{x_\alpha\}$, với $x_\alpha \to x_0$, khi đó với mọi $y \in G(x_0)$, tồn tại $y_\alpha \in G(x_\alpha)$ sao cho $y_\alpha \to y$. G được gọi là nửa liên tục trên (usc) tại x_0 nếu với mỗi tập mở $U \supseteq G(x_0)$, có một lận cận N của x_0 sao cho $U \supseteq G(N)$. G được gọi là nửa liên tục trên Hausdorff (H−usc) tại x_0 nếu với mỗi lân cận B của gốc trong Y, có lân cận N của x_0 sao cho $G(N) \subseteq G(x_0) + B$. G được gọi là đóng tại x_0 nếu với $(x_\alpha, y_\alpha) \in \text{graph}G := \{(x,y): y \in G(x)\}$, $(x_\alpha, y_\alpha) \to (x_0, y_0)$ thì $y_0 \in G(x_0)$. Ta nói G có một tính chất nào đó trong tập $A \subset X$ nếu G thỏa tính chất đó tại mỗi điểm trong A.

Bổ đề 1.1: *Nếu $G(x_0)$ là compact, thì G là usc tại x_0 khi và chỉ khi với mọi lưới $x_\alpha \to x_0$, và $y_\alpha \in G(x_\alpha)$, tồn tại lưới con $\{y_\beta\}$ của lưới $\{y_\alpha\}$, $y_\beta \to y_0$ và $y_0 \in G(x_0)$.*

2 TÍNH NỬA LIÊN TỤC DƯỚI CỦA CÁC ÁNH XẠ NGHIỆM

Với mọi λ trong lân cận của λ_0, đặt

$$E(\lambda) := \{x \in A : x \in K_1(x,\lambda)\}.$$

Định lý 2.1: *Xét bài toán* (τ-VIP*i*)*, i* = 1, 2. *Giả sử*

(a) *E là lsc tại λ_0; K_2 là usc, có giá trị compact trong $A \times \{\lambda_0\}$;*

(b) *T là lsc trong $A \times A \times \{\lambda_0\}$, nếu* τ = w; *và*

T là usc và có giá trị compact trong $A \times A \times \{\lambda_0\}$, nếu τ = s;

(c) *F liên tục và có giá trị compact trong $B \times A \times A \times \{\lambda_0\}$;*

(d) $\forall x \in S_i^\tau(\lambda_0), (\hat{x}, y)\tau K_2(x,\lambda) \times T(\hat{x},x,\lambda)$,

$F(y,\hat{x},x,\lambda_0) \subseteq F(y,x,x,\lambda_0) + \text{int}\,C$, *nếu i = 1;*

$F(y,x,x,\lambda_0) \subseteq F(y,\hat{x},x,\lambda_0) - \text{int}\,C$, *nếu i = 2.*

Khi đó S_i^τ là nửa liên tục dưới tại λ_0.

Chứng minh: Ta chỉ chứng minh chi tiết cho trường hợp i= 1 và τ = w do tính tương tự. Giả sử S_1^w không là lsc tại λ_0, tức là tồn tại $x_0 \in S_1^w(\lambda_0)$, và $\lambda_\alpha \to \lambda_0$ sao cho với mọi $x_\alpha \in S_1^w(\lambda_\alpha)$, $x_\alpha \not\to x_0$.

Do tính nửa liên tục dưới của E tại λ_0, tồn tại lưới $\bar{x}_\alpha \in E(\lambda_\alpha), \bar{x}_\alpha \to x_0$. Theo giả thiết phản chứng ta có lưới con của $\bar{x}_\alpha$ là $\bar{x}_\beta$ sao cho với mọi β, $\bar{x}_\beta \notin S_1^w(\lambda_\beta)$, tức là, tồn tại $\hat{x}_\beta \in K_2(\bar{x}_\beta, \lambda_\beta)$ sao cho với mọi $y_\beta \in T(\hat{x}_\beta, \bar{x}_\beta, \lambda_\beta)$,

$$F(y_\beta, \hat{x}_\beta, \bar{x}_\beta, \lambda_\beta) \not\subseteq F(y_\beta, \bar{x}_\beta, \bar{x}_\beta, \lambda_\beta) + C \qquad (1)$$

Vì K_2 là nửa liện tục trên và có giá trị compact tại (x_0, λ_0) nên ta có thể giả sử $\hat{x}_\beta \to \hat{x}_0 \in K_2(x_0, \lambda_0)$ (nếu cần ta sẽ lấy một lưới con). Từ điều kiện (d) có một $y_0 \in T(\hat{x}_0, x_0, \lambda_0)$ sao cho

$$F(y_0, \hat{x}_0, x_0, \lambda_0) \subseteq F(y_0, x_0, x_0, \lambda_0) + \operatorname{int} C \qquad (2)$$

Do T là nửa liên tục dưới tại $(\hat{x}_0, x_0, \lambda_0)$ nên tồn tại $y_\beta \in T(\hat{x}_\beta, \bar{x}_\beta, \lambda_\beta)$, $y_\beta \to y_0$. Theo (1), ta có $\hat{f}_\beta \in F(y_\beta, \hat{x}_\beta, \bar{x}_\beta, \lambda_\beta)$,

$$\hat{f}_\beta \notin F(y_\beta, \bar{x}_\beta, \bar{x}_\beta, \lambda_\beta) + C \qquad (3)$$

Do F là nửa liên tục trên và có giá trị compact tại $(y_0, \hat{x}_0, x_0, \lambda_0)$ nên ta có thể giả sử $\hat{f}_\beta \to \hat{f}_0$, $\hat{f}_0 \in F(y_0, \hat{x}_0, x_0, \lambda_0)$. Từ (2) suy ra tồn tại $f_0 \in F(y_0, x_0, x_0, \lambda_0)$ sao cho :

$$f_0 \in F(y_0, x_0, x_0, \lambda_0),\ \hat{f}_0 - f_0 \in \operatorname{int} C$$

Do F là nửa liên liên tục dưới tại $(y_0, x_0, x_0, \lambda_0)$ nên có một lưới $f_\beta \in F(y_\beta, \bar{x}_\beta, \bar{x}_\beta, \lambda_\beta)$ sao cho $f_\beta \to f_0$. Từ (3) ta suy ra $\hat{f}_\beta - f_\beta \notin C$, điều này mâu thuẫn với việc $\hat{f}_\beta - f_\beta \to \hat{f}_0 - f_0 \in \operatorname{int} C \subseteq C$. Vậy S_1^w là lsc tại λ_0.

Thông thường ánh xạ nghiệm của bài toán thỏa mãn tính chất liên tục nào thì các dữ liệu của nó phải thỏa mãn ở mức tương ứng. Do đó trong định lý trên các giả thiết (a-c) là rất tự nhiên vì chúng đều là các giả thiết về tính liên tục, nửa liên tục của ánh xạ ràng buộc và hàm mục tiêu. Thí dụ dưới đây cho thấy rằng mặc dù giả thiết (d) không liên quan gì đến tính liên tục, nhưng nó không thể bỏ được.

Thí dụ 2.1: Cho $X = Y = Z = R$, $\Lambda = [0, 1]$, $C = R_+$, $A = B = R_+$, $K_1(x,\lambda) = K_2(x,\lambda) = [\lambda, \lambda+1]$,, $T(\hat{x}, x, \lambda) = \{\lambda\}$, $F(y, \hat{x}, x, \lambda) = \{y(\hat{x} - x)\}$ *và* $\lambda_0 = 0$.

Vì T, F là các ánh xạ đơn trị nên bốn bài toán đang xét là (τ-VIPi), i = 1, 2 trùng với nhau. Dễ thấy, các giả thiết (a), (b) và (c) của Định lý 2.1 thỏa mãn. Bằng cách tính trực tiếp ta thu được $S_i^\tau(0) = [0,1], S_i^\tau(\lambda) = \{\lambda + 1\}, \forall \lambda \in (0,1]$. Do vậy S_i^τ không là lsc tại $\lambda_0 = 0$, nguyên nhân vì giả thiết (d) bị vi phạm.

Nhận xét 2.1: Mặc dù giả thiết (d) không thể bỏ đi được, nhưng định lý sau đây cho thấy rằng giả thiết này cùng với giả thiết (c) có thể được thay thế bởi giả thiết sau.

Định lý 2.2: *Định lý 2.1 vẫn đúng nếu các giả thiết* (c) *và* (d) *được thay thế bởi giả thiết sau*

(e) *Tập hợp* $\{(y,\hat{x},x,\lambda): F(y,\hat{x},x,\lambda) \not\subseteq F(y,x,x,\lambda)+C\}$ *đóng trong* $B \times A \times A \times \{\lambda_0\}$ *nếu* $i = 1$ *và tập hợp* $\{(y,\hat{x},x,\lambda): F(y,x,x,\lambda) \not\subseteq F(y,\hat{x},x,\lambda)-C\}$ *đóng trong* $B\times A\times A \times \{\lambda_0\}$ *nếu* $i = 2$.

Chứng minh: Ta chứng minh chi tiết cho trường hợp $i=1$ và τ = w các trường hợp còn lại được chứng minh tương tự. Lập lại phần đầu của chứng minh Định lý 2.1 để có (1) và $\hat{x}_0 \in K_2(x_0,\lambda_0), y_0 \in T(\hat{x}_0,x_0,\lambda_0)$ sao cho $(\hat{x}_\beta, y_\beta) \to (\hat{x}_0, y_0)$,

$$F(y_0,\hat{x}_0,x_0,\lambda_0) \subseteq F(y_0,x_0,x_0,\lambda_0)+C$$

Do giả thiết (e) suy ra tồn tại của một chỉ số $\overline{\beta}$ sao cho

$$F(y_{\overline{\beta}},\hat{x}_{\overline{\beta}},x_{\overline{\beta}},\lambda_{\overline{\beta}}) \subseteq F(y_{\overline{\beta}},x_{\overline{\beta}},x_{\overline{\beta}},\lambda_{\overline{\beta}})+C,$$

mâu thuẫn với bao hàm thức (1). Vậy S_1^w là lsc tại λ_0.

Ưu điểm của giả thiết (e) là nó không cần đòi hỏi bất kỳ thông tin nào về tập nghiệm $S_i^\tau(\lambda_0)$. Ngoài ra, thí dụ sau đây cho thấy rằng có những trường hợp giả thiết (e) có thể nghiệm đúng ngay cả khi các điều kiện (c) và (d) không thoả mãn.

Thí dụ 2.2: Cho *X, Y, Z, Λ, C, A, B,* K_1, K_2, *T*, $\lambda_0 = 0$ như trong Thí dụ 2.1 và

$$F(y,\hat{x},x,\lambda) = \begin{cases} \{1\}, & \text{nếu } \lambda = 0, \\ \{0\}, & \text{nếu } \lambda \neq 0. \end{cases}$$

Vì *T, F* là các ánh xạ đơn trị nên bốn bài toán đang xét (τ-VIP*i*), i = 1,2 trùng với nhau. Dễ thấy, các giả thiết trong Định lý 2.2 thoả mãn nên theo Định lý 2.2, S_1^w là nửa liên tục dưới tại 0 (tính toán trực tiếp ta có, $S_i^\tau(\lambda) = [\lambda, \lambda+1], \forall \lambda \in \Lambda$). Nhưng các giả thiết (c) và (d) của Định lý 2.1 không nghiệm đúng.

Nhận xét 2.2 Trong trường hợp đặc biệt khi $Y \equiv R$, $Z \equiv X^*$, *Λ*, $C = R_+$ và $F(y,x,\overline{x},\lambda) = \langle g(\overline{x},\lambda), x\rangle$ với X^* là không gian các ánh xạ tuyến tính liên tục từ *X* vào *R* và $g: X \times \Lambda \to X^*$ là thì các bài toán (τ-VIPi) trở thành các giả bất đẳng thức biến phân được xét trong Khanh và Luu (2005, 2007). Khi đó Định lý 2.1 là mở rộng các Định lý 3.1 và 3.3 trong Khanh và Luu (2007), Định lý 2.2 là kết quả mới ngay cả cho trường hợp đặc biệt này.

3 TÍNH NỬA LIÊN TỤC TRÊN CỦA CÁC ÁNH XẠ NGHIỆM

Trong phần này chúng tôi nghiên cứu đến tính nửa liên tục trên và tính đóng của ánh xạ nghiệm.

Định lý 3.1: *Xét bài toán* (τ-VIP*i*)*,* $i = 1, 2$*. Giả sử*

(a) *E là usc có giá trị compact tại* λ_0*,* K_2 *là lsc trong* $A \times \{\lambda_0\}$;

(b) *T là usc và có giá trị compact trong* $A \times A \times \{\lambda_0\}$*, nếu* τ = w; *và* *T là lsc trong* $A \times A \times \{\lambda_0\}$*, nếu* τ = s;

(c) *Tập hợp* $\{(y,\hat{x},x,\lambda): F(y,\hat{x},x,\lambda) \subseteq F(y,x,x,\lambda)+C\}$ *đóng trong* $B \times A \times A \times \{\lambda_0\}$ *nếu* $i = 1$ *và tập hợp* $\{(y,\hat{x},x,\lambda): F(y,x,x,\lambda) \subseteq F(y,\hat{x},x,\lambda)-C\}$ *đóng trong* $B \times A \times A \times \{\lambda_0\}$ *nếu* $i = 2$.

Khi đó S_i^τ *là nửa liên tục trên và đóng tại* λ_0.

Chứng minh: Tương tự như ở các Định lý 2.1 và 2.2 ta cũng chỉ chứng minh chi tiết cho trường hợp $i = 1$ và $\tau = s$. Giả sử, S_1^s không usc tại λ_0, tức là tồn tại một lân cận mở U của $S_1^s(\lambda_0)$ và lưới $\{\lambda_\alpha\}$, $\lambda_\alpha \to \lambda_0$ sao cho với mỗi α có một $x_\alpha \in S_1^s(\lambda_\alpha), x_\alpha \notin U$. Do E là nửa liên tục trên và $E(\lambda_0)$ là compact nên tồn tại một lưới con x_β hội tụ đến $x_0 \in E(\lambda_0)$. Nếu $x_0 \notin S_1^s(\lambda_0)$, khi đó tồn tại $\hat{x}_0 \in K_2(x_0,\lambda_0)$ và $y_0 \in T(\hat{x}_0,x_0,\lambda_0)$ sao cho :

$$F(y_0,\hat{x}_0,x_0,\lambda_0) \not\subseteq F(y_0,x_0,x_0,\lambda_0)+C \qquad (4)$$

Vì K_2 là lsc tại (x_0,λ_0) nên tồn tại một lưới $\hat{x}_\beta \in K_2(x_\beta,\lambda_\beta), \hat{x}_\beta \to \hat{x}_0$. Vì T là nửa liên tục dưới tại $(\hat{x}_0,x_0,\lambda_0)$ nên tồn tại một lưới $y_\beta \in T(\hat{x}_\beta,x_\beta,\lambda_\beta), y_\beta \to y_0$.

Do $x_\beta \in S_1^s(\lambda_\beta)$ nên ta có :

$$F(y_\beta,\hat{x}_\beta,x_\beta,\lambda_\beta) \subseteq F(y_\beta,x_\beta,x_\beta,\lambda_\beta)+C \qquad (5)$$

Từ $(y_\beta, \hat{x}_\beta, x_\beta, \lambda_\beta) \to (y_0, \hat{x}_0, x_0, \lambda_0)$ và giả thiết (c) ta có một mâu thuẫn giữa (4) và (5). Vì vậy, $x_0 \in S_1^s(\lambda_0)$. Điều này mâu thuẫn với việc $x_\beta \notin U, \forall\beta$.

Bây giờ ta giả sử nếu S_1^s không đóng tại λ_0, tức là có một lưới $\lambda_\alpha \to \lambda_0$ với $x_\alpha \in S_1^s(\lambda_\alpha), x_\alpha \to x_0$, $x_0 \notin S_1^s(\lambda_0)$. Lập luận tương tự như trên ta cũng dẫn đến một mâu thuẫn. Do đó S_1^s đóng tại λ_0.

Nhận xét 3.1: Nếu F là liên tục, có giá trị compact trong $B\times A\times A\times\{\lambda_0\}$ thì giả thiết (c) của Định lý 3.1 nghiệm đúng.

Thật vậy, giả sử F liên tục, có giá trị compact trong $B\times A\times A\times\{\lambda_0\}$ và $(y_\alpha,\hat{x}_\alpha,x_\alpha,\lambda_\alpha) \to (y_0,\hat{x}_0,x_0,\lambda_0)$ ta kiểm nghiệm lại giả thiết (c) của Định lý 3.1.

(i) Giả sử, $F(y_\alpha,\hat{x}_\alpha,x_\alpha,\lambda_\alpha) \subseteq F(y_\alpha,x_\alpha,x_\alpha,\lambda_\alpha)+C$ với mọi α. Ta chứng minh

$$F(y_0,\hat{x}_0,x_0,\lambda_0) \subseteq F(y_0,x_0,x_0,\lambda_0)+C.$$

Giả sử ngược lại,

$$F(y_0,\hat{x}_0,x_0,\lambda_0) \not\subseteq F(y_0,x_0,x_0,\lambda_0)+C.$$

Khi đó tồn tại $\hat{f}_0 \in F(y_0,\hat{x}_0,x_0,\lambda_0)$ sao cho

$$\hat{f}_0 \notin F(y_0,x_0,x_0,\lambda_0)+C.$$

Do đó với mọi $f \in F(y_0,x_0,x_0,\lambda_0), \hat{f}_0 - f \notin C$. Do F là nửa liên tục dưới tại $(y_0,\hat{x}_0,x_0,\lambda_0)$ nên có một lưới

$$\hat{f}_\alpha \in F(y_\alpha,\hat{x}_\alpha,x_\alpha,\lambda_\alpha), \hat{f}_\alpha \to \hat{f}_0.$$

Do $F(y_\alpha, \hat{x}_\alpha, x_\alpha, \lambda_\alpha) \subseteq F(y_\alpha, x_\alpha, x_\alpha, \lambda_\alpha) + C$ nên tồn tại $f_\alpha \in F(y_\alpha, x_\alpha, x_\alpha, \lambda_\alpha)$ thỏa mãn điều kiện

$$\hat{f}_\alpha - f_\alpha \in C.$$

Vì F là nửa liên tục trên và có giá trị compact tại $(y_0, x_0, x_0, \lambda_0)$ nên phải có một lưới con f_β và $f_0 \in F(y_0, x_0, x_0, \lambda_0)$ sao cho $f_\beta \to f_0$. Do đó, $\hat{f}_\beta - f_\beta \to \hat{f}_0 - f_0 \notin C$.

Điều này mâu thuẫn với việc $\hat{f}_\beta - f_\beta \in C, \forall \beta$, do C đóng.

(ii) Giả sử $F(y_\alpha, x_\alpha, x_\alpha, \lambda_\alpha) \subseteq F(y_\alpha, \hat{x}_\alpha, x_\alpha, \lambda_\alpha) - C$, với mọi α. Lập luận tương tự như trên ta cũng chứng minh được

$$F(y_0, x_0, x_0, \lambda_0) \subseteq F(y_0, \hat{x}_0, x_0, \lambda_0) - C$$

Do đó giả thiết (c) của Định lý 3.1 nghiệm đúng.

Thí dụ 2.2 cũng chỉ ra rằng chiều ngược của Nhận xét 3.1 nói chung không đúng.

Nhận xét 3.2: Trong trường hợp đặc biệt như ở Nhận xét 2.2, Định lý 3.1 là mở rộng các Định lý 2.1-2.3 trong Khanh và Luu (2005) và các Định lý 4.2, 4.2 trong Khanh và Luu (2007).

4 KẾT LUẬN

Các kết quả về tính ổn định nghiệm nghiên cứu trong bài báo này là ổn định yếu theo nghĩa tính nửa liên tục của ánh xạ nghiệm. Sự ổn định theo nghĩa này thường được áp dụng vào các bài toán quan trọng trong kinh tế, như bài toán cạnh tranh trong kinh tế, bài toán cân bằng trong kinh tế, đồng thời các kết quả này còn được dùng để nghiên cứu các mô hình bài toán hai mức.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Anh, L. Q. and Khanh, P. Q. (2007). On the stability of the solution sets of general multivalued vector quasiequilibrium problems. *J. Optim. Theory Appl.* 135: 271-284.

Anh, L. Q. and Khanh, P. Q. (2008a). Semicontinuity of solution sets to parametric quasivariational inclusions with applications to traffic networks I: Upper semicontinuities. *Set-Valued Anal.* 16: 267-279.

Anh, L. Q. and Khanh, P. Q. (2008b). Semicontinuity of solution sets to parametric quasivariational inclusions with applications to traffic networks II: Lower semicontinuities. *Set-Valued Anal.* 16: 943-960.

Anh, L. Q. and Khanh, P. Q. (2008c). Various kinds of semicontinuity and the solution sets of parametric multivalued symmetric vector quasiequilibrium problems. *J. Glob. Optim.* 41: 539-558.

Anh, L. Q. and Khanh, P. Q. (2009a). Continuity of solution maps of parametric qasiequilibrium problems*. J. Glob. Optim.*, to appear.

Anh, L. Q. and Khanh, P. Q. (2009b). Sensitivity analysis for weak and strong vector quasiequilibrium problems. *Vietnam J. Math.* 37: 1-17.

Bianchi, M. and Pini, R. (2006). Sensitivity for parametric vector equilibria. *Optimization* 55: 221–230.

Chidume, C.E., Zegeye, H., Kazmi, K.R. (2004). Existence and convergence theorems for a class of multivalued variational inclusions in Banach spaces. *Nonlinear Anal.* 59: 694–656.

Hai, N. X. and Khanh, P.Q. (2007). The solution existence of general variational inclusion problems. *J.Math. Anal. Appl.* 328: 1268–1277.

Hai, N. X., Khanh, P.Q. and Quan, N. H. (2009). On the existence of solutions to quasivariational inclusion problems. *J. Glob. Optim.*, to appear.

Huang, N. J., Li, J. and Thompson, H. B. (2006). Stability for parametric implicit vector equilibrium problems. *Math. Comput. Model.* 43:1267–1274.

Khanh, P. Q. and Luu, L. M. (2005). Upper semicontinuity of the solution set of parametricmultivalued vector quasivariational inequalities and applications. *J. Glob. Optim.* 32: 569–580.

Khanh, P. Q. and Luu, L. M. (2007). Lower and upper semicontinuity of the solution sets and approximate solution sets to parametric multivalued quasivariational inequalities. *J. Optim. Theory Appl.* 133: 329–339.

Khanh, P. Q. and Luc, D. T. (2008). Stability of solutions in parametric variational relation problems. *Set-Valued Anal.*, online first.

Lin, L. J. and Tan, N. X. (2007). On quasivariational inclusions of type I and related problems. *J Glob. Optim*. 39: 393-407.

Verma, R. U. (2006). Sensitivity analysis for generalized strongly monotone variational inclusions based on the (A, η)-resolvent operator technique. *Appl. Math. Lett.* 19: 1409–1413.

Zhang, Q. B. (2007). Generalized implicit variational-like inclusion problems involving $G-\eta$-monotone mappings. *Appl. Math. Lett.* 20: 216–221.